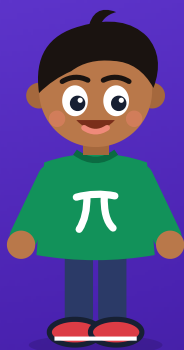


PAKET UJIAN • EDISI GURU

Mathpedia

Matematika Itu Asyik!

6 paket ujian siap pakai, dari matematika SMP sampai tantangan olimpiade, lengkap dengan kisi-kisi, kunci, dan pembahasan.

**dr. Rachmat Hidayat, M.Sc, PhD**

Editor: Abdullah Hanif Hidayat

Didukung oleh Aurumgen Academy

Tentang paket ujian edisi guru

Paket	Cakupan	Level	Soal	Waktu
Paket A · Matematika SMP	Fase D (kelas VII–IX): bilangan, aljabar, geometri, data	Lv 1, Lv 2	25	75 menit
Paket B · Matematika Kelas X	Fase E: eksponen & logaritma, barisan, SPL, fungsi kuadrat, trigonometri, statistika, peluang	Lv 2, Lv 3	24	90 menit
Paket C · Matematika Kelas XI–XII	Fase F: fungsi, polinomial, lingkaran, transformasi, vektor, trigonometri, limit, turunan, integral	Lv 3	23	120 menit
Paket D · Gaya IGCSE Mathematics	Number, algebra & graphs, geometry, mensuration, trigonometry, vectors, probability, statistics	Lv 4	20	120 menit
Paket E · Persiapan TKA/UTBK Matematika	Penalaran kuantitatif & matematika: aljabar, fungsi, geometri, statistika, peluang	Lv 3, Lv 4	25	75 menit
Paket F · Tantangan Olimpiade (OSN)	Aljabar, geometri, teori bilangan, kombinatorika	Lv 5, Lv 6	15	150 menit

Level kognitif mengikuti kerangka asesmen nasional: L1 Pemahaman, L2 Aplikasi, L3 Penalaran. Soal diambil dari bank soal Mathpedia secara merata lintas bab.

Mathpedia · Matematika Itu Asyik! Edisi 1 (2026).

Penulis: **dr. Rachmat Hidayat, M.Sc, PhD**

Editor: **Abdullah Hanif Hidayat**

Didukung oleh Aurumgen Academy.

© 2026 dr. Rachmat Hidayat, M.Sc, PhD. Hak cipta dilindungi undang-undang. Dokumen ini boleh dicetak dan diperbanyak untuk keperluan pembelajaran nonkomersial dengan tetap mencantumkan sumber.

Semua soal dan LKPD adalah karya asli. Label "gaya IGCSE", "gaya IB", dan "gaya olimpiade" menunjukkan tingkat dan format, bukan salinan soal resmi. Disusun selaras dengan Capaian Pembelajaran 2025 (Keputusan Kepala BSKAP No. 046/H/KR/2025) dan pendekatan Pembelajaran Mendalam.

Versi interaktif dengan komik bergerak, Rumus Hidup, Grafik Hidup, Lab Mini, Adu Cepat, dan latihan berskor: aurumgen.my.id/mathpedia

Daftar isi

A	Matematika SMP — Fase D (kelas VII–IX): bilangan, aljabar, geometri, data	4
B	Matematika Kelas X — Fase E: eksponen & logaritma, barisan, SPL, fungsi kuadrat, trigonometri, statistika, peluang	13
C	Matematika Kelas XI–XII — Fase F: fungsi, polinomial, lingkaran, transformasi, vektor, trigonometri, limit, turunan, integral	22
D	Gaya IGCSE Mathematics — Number, algebra & graphs, geometry, mensuration, trigonometry, vectors, probability, statistics	31
E	Persiapan TKA/UTBK Matematika — Penalaran kuantitatif & matematika: aljabar, fungsi, geometri, statistika, peluang	39
F	Tantangan Olimpiade (OSN) — Aljabar, geometri, teori bilangan, kombinatorika	49

Mata pelajaran: Matematika

Jumlah soal: 25

Waktu: 75 menit

Level: Lv 1 Pemula, Lv 2 Penjelajah

Kisi-kisi

No	Bab / materi	Indikator soal	Level kognitif	Bentuk	Kunci
1	Bab 3 · Makna pecahan	Peserta didik dapat mengidentifikasi makna pecahan (Bab 3: Pecahan, Desimal & Persen).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Pilihan ganda	B
2	Bab 5 · Mengenali berbalik nilai	Peserta didik dapat mengidentifikasi mengenali berbalik nilai (Bab 5: Rasio, Proporsi & Laju).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Pilihan ganda	C
3	Bab 21 · Unsur balok	Peserta didik dapat mengidentifikasi unsur balok (Bab 21: Bangun Ruang: Luas Permukaan & Volume).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Pilihan ganda	D
4	Bab 33 · Peluang klasik	Peserta didik dapat mengidentifikasi peluang klasik (Bab 33: Peluang).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Pilihan ganda	B
5	Bab 4 · Ciri habis dibagi 9	Peserta didik dapat menjelaskan ciri habis dibagi 9 (Bab 4: Faktor, Kelipatan & Bilangan Prima).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	C
6	Bab 7 · Menyederhanakan	Peserta didik dapat menjelaskan menyederhanakan (Bab 7: Bahasa Aljabar).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	A
7	Bab 9 · Persamaan garis	Peserta didik dapat menjelaskan persamaan garis (Bab 9: Garis Lurus & Fungsi Linear).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	A

8	Bab 19 · Luas layang-layang	Peserta didik dapat menjelaskan luas layang-layang (Bab 19: Keliling & Luas Bangun Datar).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	D
9	Bab 2 · Lompat di garis bilangan	Peserta didik dapat menghitung lompat di garis bilangan (Bab 2: Bilangan Bulat & Garis Bilangan).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Isian	3
10	Bab 7 · Nilai ekspresi	Peserta didik dapat menghitung nilai ekspresi (Bab 7: Bahasa Aljabar).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Isian	19
11	Bab 9 · Tarif ojek	Peserta didik dapat menghitung tarif ojek (Bab 9: Garis Lurus & Fungsi Linear).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Isian	17.000 rupiah
12	Bab 18 · Menghitung hipotenusa	Peserta didik dapat menghitung menghitung hipotenusa (Bab 18: Teorema Pythagoras).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Isian	10 cm
13	Bab 19 · Luas persegi panjang	Peserta didik dapat menghitung luas persegi panjang (Bab 19: Keliling & Luas Bangun Datar).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Isian	12 m ²
14	Bab 21 · Volume kubus	Peserta didik dapat menghitung volume kubus (Bab 21: Bangun Ruang: Luas Permukaan & Volume).	L1 · Pemahaman (Lv 1)	Isian	125 cm ³
15	Bab 5 · Menentukan skala	Peserta didik dapat menghitung menentukan skala (Bab 5: Rasio, Proporsi & Laju).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	1,5 × 10 ⁶
16	Bab 6 · Menyederhanakan akar	Peserta didik dapat menghitung menyederhanakan akar (Bab 6: Pangkat, Akar & Notasi Ilmiah).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	5

17	Bab 8 · Variabel di kedua ruas	Peserta didik dapat menghitung variabel di kedua ruas (Bab 8: Persamaan & Pertidaksamaan Linear).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	7
18	Bab 10 · Titik impas	Peserta didik dapat menghitung titik impas (Bab 10: Sistem Persamaan Linear).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	6 km
19	Bab 17 · Sudut bertolak belakang	Peserta didik dapat menghitung sudut bertolak belakang (Bab 17: Garis, Sudut & Segitiga).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	15
20	Bab 17 · Jumlah sudut poligon	Peserta didik dapat menghitung jumlah sudut poligon (Bab 17: Garis, Sudut & Segitiga).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	1.080 °
21	Bab 20 · Panjang busur	Peserta didik dapat menghitung panjang busur (Bab 20: Lingkaran).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	22 cm
22	Bab 22 · Sisi bersesuaian	Peserta didik dapat menghitung sisi bersesuaian (Bab 22: Kesebangunan & Transformasi Geometri).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	12 cm
23	Bab 31 · Rata-rata tabel frekuensi	Peserta didik dapat menghitung rata-rata tabel frekuensi (Bab 31: Statistika: Bercerita dengan Data).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	7,65
24	Bab 31 · Data yang hilang	Peserta didik dapat menghitung data yang hilang (Bab 31: Statistika: Bercerita dengan Data).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	88
25	Bab 33 · Frekuensi harapan	Peserta didik dapat menghitung frekuensi harapan (Bab 33: Peluang).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	190 kali

Naskah soal dengan kunci & pembahasan

1. Bab 3 · Lv 1 · Pemula · Pilihan ganda · Makna pecahan · 03-1-01

Sebuah martabak dipotong menjadi 8 potong sama besar. Dimas memakan 3 potong. Bagian martabak yang dimakan Dimas adalah...

- A. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{5}{8}$
B. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{5}$

Kunci: B

Pembahasan: Penyebut = banyak potongan sama besar seluruhnya (8). Pembilang = banyak potongan yang diambil (3). Jadi $\frac{3}{8}$.

$\frac{5}{8}$ adalah bagian yang *tersisa*, sedangkan $\frac{3}{5}$ membandingkan potongan yang dimakan dengan potongan yang tersisa.

2. Bab 5 · Lv 1 · Pemula · Pilihan ganda · Mengenali berbalik nilai · 05-1-04

Manakah pasangan besaran berikut yang **berbalik nilai**?

- A. banyak buku tulis yang dibeli dan harga totalnya
B. jarak tempuh motor dan bensin yang terpakai
C. banyak tukang dan lama waktu membangun sebuah rumah
D. panjang sisi persegi dan kelilingnya

Kunci: C

Pembahasan: Makin banyak tukang, makin sedikit hari yang dibutuhkan, dan hasil kali keduanya (beban kerja) tetap. Itulah berbalik nilai.

Tiga pilihan lain senilai: kalau yang satu dikali 2, yang lain juga dikali 2.

3. Bab 21 · Lv 1 · Pemula · Pilihan ganda · Unsur balok · 21-1-04

Banyak rusuk sebuah balok (misalnya kardus mi instan) adalah...

- A. 6 C. 10
B. 8 D. 12

Kunci: D

Pembahasan: Balok punya 4 rusuk di alas, 4 rusuk di tutup, dan 4 rusuk tegak: $4 + 4 + 4 = 12$ rusuk. Angka 6 adalah banyak sisi dan 8 banyak titik sudut.

4. Bab 33 · Lv 1 · Pemula · Pilihan ganda · Peluang klasik · 33-1-01

Sebuah dadu bermata 1 sampai 6 dilempar sekali. Peluang muncul mata dadu 4 adalah...

- A. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{4}{6}$
B. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

Kunci: B

Pembahasan: Ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, jadi $n(S) = 6$. Kejadian "muncul mata 4" hanya berisi satu titik sampel.

$P = \frac{1}{6}$. Pilihan $\frac{4}{6}$ keliru karena angka 4 adalah nama mata dadunya, bukan banyaknya hasil.

Bilangan empat angka $4\square52$ habis dibagi 9. Angka yang tepat untuk mengisi $\square$ adalah...

- A. 0
B. 3
C. 7
D. 9

Kunci: C

Pembahasan: Sebuah bilangan habis dibagi 9 jika jumlah angkanya habis dibagi 9.

$4 + \square + 5 + 2 = 11 + \square$. Kelipatan 9 yang bisa dicapai ($\square$ paling besar 9) hanya 18, jadi $\square = 7$.

Cek: $4.752 = 9 \times 528$. ✓

Bentuk sederhana dari $5x + 3y - 2x + y$ adalah...

- A. $3x + 4y$
B. $7xy$
C. $3x + 3y$
D. $7x + 4y$

Kunci: A

Pembahasan: Kumpulkan suku sejenis: $(5x - 2x) + (3y + y) = 3x + 4y$.

Ingat, y berarti $1y$, jadi $3y + y = 4y$. Suku x dan y tidak sejenis, jadi tidak bisa digabung menjadi $7xy$.

Sebuah garis bergradien -3 memotong sumbu- y di titik $(0, 4)$. Persamaan garis itu adalah...

- A. $y = -3x + 4$
B. $y = 4x - 3$
C. $y = 3x + 4$
D. $y = -3x - 4$

Kunci: A

Pembahasan: Bentuk $y = mx + c$ dengan $m = -3$ dan $c = 4$: $y = -3x + 4$.

Opsi $y = 4x - 3$ menukar peran m dan c ; opsi lain salah tanda.

Kerangka layangan Ayu terdiri atas dua bilah bambu yang bersilangan tegak lurus, panjangnya 30 cm dan 48 cm. Berapa luas kertas yang menutupi layangan itu (tanpa lebihan lem)?

- A. 1.440 cm^2
B. 78 cm^2
C. 360 cm^2
D. 720 cm^2

Kunci: D

Pembahasan: Kedua bilah bambu adalah diagonal layang-layang.

$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 30 \times 48 = 720 \text{ cm}^2$.

Pilihan 1.440 cm^2 lupa membagi dua: itu luas persegi panjang pembungkusnya.

Seekor katak berada di titik -4 pada garis bilangan, lalu melompat 7 satuan ke kanan. Di titik berapa katak itu sekarang?

Jawaban:

Kunci: 3

Pembahasan: Ke kanan berarti menambah: $-4 + 7 = 3$.

Empat lompatan pertama membawa katak ke 0, lalu tiga lompatan berikutnya membawanya ke 3.

10. Bab 7 • Lv 1 • Pemula • Isian • Nilai ekspresi • 07-1-03

Hitung nilai $2p + 7$ untuk $p = 6$.

Jawaban:

Kunci: 19

Pembahasan: $2p + 7 = 2(6) + 7 = 12 + 7 = 19$. Kalikan dulu, baru tambahkan.

11. Bab 9 • Lv 1 • Pemula • Isian • Tarif ojek • 09-1-03

Tarif ojek online di sebuah kota adalah Rp5.000 untuk biaya awal ditambah Rp2.000 per km. Berapa rupiah tarif untuk perjalanan 6 km?

Jawaban: rupiah

Kunci: 17.000 rupiah

Pembahasan: $T = 5.000 + 2.000 \times 6 = 5.000 + 12.000 = 17.000$.

Jadi tarifnya Rp17.000.

12. Bab 18 • Lv 1 • Pemula • Isian • Menghitung hipotenusa • 18-1-03

Sebuah segitiga siku-siku memiliki kaki 6 cm dan 8 cm. Berapa panjang hipotenusanya?

Jawaban: cm

Kunci: 10 cm

Pembahasan: $c^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, jadi $c = \sqrt{100} = 10$ cm. Ini tripel 3-4-5 yang dikalikan 2.

13. Bab 19 • Lv 1 • Pemula • Isian • Luas persegi panjang • 19-1-02

Lantai kamar Dimas berbentuk persegi panjang dengan panjang 4 m dan lebar 3 m. Berapa luas lantai kamar itu?

Jawaban: m²

Kunci: 12 m²

Pembahasan: $L = p \times l = 4 \times 3 = 12$ m².

Bayangkan lantai dibagi menjadi petak 1 m $\times$ 1 m: ada 3 baris yang masing-masing berisi 4 petak, jadi 12 petak.

14. Bab 21 • Lv 1 • Pemula • Isian • Volume kubus • 21-1-02

Sebuah dadu besar berbentuk kubus dengan panjang rusuk 5 cm. Berapa volumenya?

Jawaban: cm³

Kunci: 125 cm³

Pembahasan: $V = s^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ cm³. Bayangkan 5 lapis, setiap lapis berisi $5 \times 5 = 25$ kubus satuan.

15. Bab 5 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Menentukan skala • 05-2-02

Jarak sebenarnya Kota P ke Kota Q adalah 60 km. Pada sebuah peta, jarak itu digambar 4 cm. Jika skala peta itu $1 : n$, berapakah n ?

Jawaban:

Kunci: $1,5 \times 10^6$

Pembahasan: Samakan satuan: 60 km = 60×100.000 cm = 6.000.000 cm.

Skala = $4 : 6.000.000$. Bagi kedua suku dengan 4: skala = $1 : 1.500.000$.

Jadi $n = 1.500.000$, artinya 1 cm di peta mewakili 15 km.

16. Bab 6 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Menyederhanakan akar • 06-2-03

Sederhanakan $\sqrt{75}$ menjadi bentuk $k\sqrt{3}$. Berapa nilai k ?

Jawaban:

Kunci: 5

Pembahasan: $75 = 25 \times 3$, dan 25 adalah kuadrat sempurna.

$\sqrt{75} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$. Jadi $k = 5$.

17. Bab 8 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Variabel di kedua ruas • 08-2-01

Selesaikan $5x - 8 = 2x + 13$.

Jawaban:

Kunci: 7

Pembahasan: Kurangi kedua ruas dengan $2x$: $3x - 8 = 13$.

Tambah kedua ruas dengan 8: $3x = 21$.

Bagi 3: $x = 7$.

Cek: ruas kiri $5 \cdot 7 - 8 = 27$, ruas kanan $2 \cdot 7 + 13 = 27$ ✓.

18. Bab 10 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Titik impas • 10-2-04

Aplikasi ojek A memasang tarif Rp6.000 + Rp2.500 per km, sedangkan aplikasi B Rp3.000 + Rp3.000 per km. Pada jarak berapa km tarif keduanya sama?

Jawaban: km

Kunci: 6 km

Pembahasan: Misalkan jaraknya x km. Tarif sama jika $6.000 + 2.500x = 3.000 + 3.000x$.

$3.000 = 500x \Rightarrow x = 6$.

Pada 6 km keduanya Rp21.000. Untuk jarak kurang dari 6 km B lebih murah; lebih dari 6 km A lebih murah.

19. Bab 17 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Sudut bertolak belakang • 17-2-01

Dua garis berpotongan. Dua sudut yang saling bertolak belakang besarnya $(5x - 18)^\circ$ dan $(3x + 12)^\circ$. Tentukan nilai x .

Jawaban:

Kunci: 15

Pembahasan: Sudut bertolak belakang sama besar: $5x - 18 = 3x + 12$.

$5x - 3x = 12 + 18 \Rightarrow 2x = 30 \Rightarrow x = 15$.

Cek: $5(15) - 18 = 57$ dan $3(15) + 12 = 57$. Kedua sudutnya 57° .

Berapa jumlah besar semua sudut dalam sebuah segi delapan?

Jawaban: °

Kunci: 1.080 °

Pembahasan: Segi delapan dapat dipotong menjadi $8 - 2 = 6$ segitiga dari satu titik sudut.
Jumlah sudut dalam = $6 \times 180^\circ = 1.080^\circ$.

Jarum menit sebuah jam panjangnya 14 cm. Berapa panjang lintasan ujung jarum menit selama 15 menit? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Jawaban: cm

Kunci: 22 cm

Pembahasan: 15 menit = $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ putaran = 90° .
Panjang busur = $\frac{1}{4} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = \frac{1}{4} \times 88 = 22$ cm.

$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ dengan $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, dan $PQ = 9$ cm. Berapa panjang QR ?

Jawaban: cm

Kunci: 12 cm

Pembahasan: Urutan huruf menunjukkan pasangan: $AB \leftrightarrow PQ$ dan $BC \leftrightarrow QR$.
Faktor skala $k = \frac{PQ}{AB} = \frac{9}{6} = 1,5$.
 $QR = 1,5 \times 8 = 12$ cm.

Tabel nilai kuis 20 siswa:

Nilai	6	7	8	9
Frekuensi	3	5	8	4

Hitung rata-rata nilai kuis itu.

Jawaban:

Kunci: 7,65

Pembahasan: $\sum f_i x_i = 6 \times 3 + 7 \times 5 + 8 \times 8 + 9 \times 4 = 18 + 35 + 64 + 36 = 153$.
 $\sum f_i = 20$, jadi $\bar{x} = \frac{153}{20} = 7,65$.
Cek kewajaran: rata-ratanya di antara 7 dan 8, dekat ke 8 karena nilai 8 paling banyak.

24. Bab 31 · Lv 2 · Penjelajah · Isian · Data yang hilang · 31-2-02

Nilai empat ulangan Dimas: 80, 72, 75, 85. Agar rata-rata lima ulangannya tepat 80, berapa nilai ulangan kelima yang harus ia dapat?

Jawaban:

Kunci: 88

Pembahasan: Jumlah lima nilai harus $5 \times 80 = 400$.

Jumlah empat nilai yang sudah ada: $80 + 72 + 75 + 85 = 312$.

Nilai kelima: $400 - 312 = 88$.

25. Bab 33 · Lv 2 · Penjelajah · Isian · Frekuensi harapan · 33-2-02

Sebuah tutup botol dilempar 200 kali dan mendarat telentang sebanyak 76 kali. Jika tutup botol yang sama dilempar 500 kali, kira-kira berapa kali ia akan mendarat telentang?

Jawaban: kali

Kunci: 190 kali

Pembahasan: Taksiran peluang telentang = frekuensi relatif = $\frac{76}{200} = 0,38$.

Frekuensi harapan = $500 \times 0,38 = 190$ kali. Hasil sebenarnya bisa sedikit berbeda, karena 190 adalah perkiraan.

Mata pelajaran: Matematika

Jumlah soal: 24

Waktu: 90 menit

Level: Lv 2 Penjelajah, Lv 3 Pejuang

Kisi-kisi

No	Bab / materi	Indikator soal	Level kognitif	Bentuk	Kunci
1	Bab 6 · Sifat pangkat	Peserta didik dapat menjelaskan sifat pangkat (Bab 6: Pangkat, Akar & Notasi Ilmiah).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	B
2	Bab 10 · Tiket museum	Peserta didik dapat menjelaskan tiket museum (Bab 10: Sistem Persamaan Linear).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	D
3	Bab 14 · Logaritma bernilai negatif	Peserta didik dapat menjelaskan logaritma bernilai negatif (Bab 14: Eksponen & Logaritma).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	A
4	Bab 24 · Nilai eksak	Peserta didik dapat menjelaskan nilai eksak (Bab 24: Trigonometri Segitiga Siku-siku).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	D
5	Bab 33 · Komplemen	Peserta didik dapat menjelaskan komplemen (Bab 33: Peluang).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Pilihan ganda	A
6	Bab 6 · Merasionalkan penyebut	Peserta didik dapat menganalisis merasionalkan penyebut (Bab 6: Pangkat, Akar & Notasi Ilmiah).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	A
7	Bab 12 · Menyusun dari puncak	Peserta didik dapat menganalisis menyusun dari puncak (Bab 12: Fungsi Kuadrat & Parabola).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	C

8	Bab 14 · Model pertumbuhan penduduk	Peserta didik dapat menganalisis model pertumbuhan penduduk (Bab 14: Eksponen & Logaritma).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	D
9	Bab 24 · Dari sin ke tan	Peserta didik dapat menganalisis dari sin ke tan (Bab 24: Trigonometri Segitiga Siku-siku).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	A
10	Bab 31 · Grafik menyesatkan	Peserta didik dapat menganalisis grafik menyesatkan (Bab 31: Statistika: Bercerita dengan Data).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	D
11	Bab 33 · Peluang bersyarat	Peserta didik dapat menganalisis peluang bersyarat (Bab 33: Peluang).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	D
12	Bab 6 · Pembelahan bakteri	Peserta didik dapat menghitung pembelahan bakteri (Bab 6: Pangkat, Akar & Notasi Ilmiah).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	320 bakteri
13	Bab 11 · Soal cerita luas	Peserta didik dapat menghitung soal cerita luas (Bab 11: Persamaan Kuadrat).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	6 m
14	Bab 12 · Nilai minimum	Peserta didik dapat menghitung nilai minimum (Bab 12: Fungsi Kuadrat & Parabola).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	1
15	Bab 15 · Deret 1 sampai n	Peserta didik dapat menghitung deret 1 sampai n (Bab 15: Barisan & Deret).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	1.830 butir
16	Bab 15 · Penyusutan harga	Peserta didik dapat menghitung penyusutan harga (Bab 15: Barisan & Deret).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	14,58 juta rupiah
17	Bab 33 · Frekuensi harapan	Peserta didik dapat menghitung frekuensi harapan (Bab 33: Peluang).	L1 · Pemahaman (Lv 2)	Isian	190 kali

18	Bab 10 · Campuran beras	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis campuran beras (Bab 10: Sistem Persamaan Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	20 kg
19	Bab 10 · SPLTV simetris	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis spltv simetris (Bab 10: Sistem Persamaan Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	5.000 rupiah
20	Bab 11 · Jalan setapak di sawah	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis jalan setapak di sawah (Bab 11: Persamaan Kuadrat).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	3 m
21	Bab 12 · Batu dilempar ke atas	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis batu dilempar ke atas (Bab 12: Fungsi Kuadrat & Parabola).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	13,25 m
22	Bab 14 · Persamaan eksponen dengan substitusi	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis persamaan eksponen dengan substitusi (Bab 14: Eksponen & Logaritma).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	3
23	Bab 15 · Kursi gedung pertunjukan	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis kursi gedung pertunjukan (Bab 15: Barisan & Deret).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	1.350 kursi
24	Bab 31 · Rata-rata gabungan	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis rata-rata gabungan (Bab 31: Statistika: Bercerita dengan Data).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	81,5

Naskah soal dengan kunci & pembahasan

1. Bab 6 · Lv 2 · Penjelajah · Pilihan ganda · Sifat pangkat · 06-2-02

Bentuk sederhana dari $\frac{a^8 \times a^2}{a^5}$ (dengan $a \neq 0$) adalah...

- A. a^{11} C. a^{16}
B. a^5 D. a^3

Kunci: B

Pembahasan: Kali $\rightarrow$ pangkat dijumlahkan: $a^8 \times a^2 = a^{10}$.

Bagi $\rightarrow$ pangkat dikurangkan: $a^{10} : a^5 = a^5$.

Pilihan a^{16} muncul kalau pangkat dikalikan, padahal perkalian pangkat hanya untuk pangkat dari pangkat.

2. Bab 10 · Lv 2 · Penjelajah · Pilihan ganda · Tiket museum · 10-2-03

Di sebuah museum, tiket untuk 1 dewasa dan 2 anak seharga Rp20.000, sedangkan tiket untuk 1 dewasa dan 1 anak seharga Rp14.000. Harga satu tiket anak adalah...

- A. Rp8.000 C. Rp10.000
B. Rp7.000 D. Rp6.000

Kunci: D

Pembahasan: Kurangkan kedua pembelian: $(1 \text{ dewasa} + 2 \text{ anak}) - (1 \text{ dewasa} + 1 \text{ anak}) = 1 \text{ anak}$.

Jadi tiket anak = $20.000 - 14.000 = 6.000$ rupiah, dan tiket dewasa = $14.000 - 6.000 = 8.000$ rupiah.

Rp7.000 adalah jebakan $14.000 : 2$ (menganggap harga tiket dewasa dan anak sama).

3. Bab 14 · Lv 2 · Penjelajah · Pilihan ganda · Logaritma bernilai negatif · 14-2-02

Nilai $\log_2 \frac{1}{8}$ adalah...

- A. -3 C. $\frac{1}{3}$
B. 3 D. $-\frac{1}{3}$

Kunci: A

Pembahasan: $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$, jadi $\log_2 \frac{1}{8} = -3$.

Untuk basis lebih dari 1, numerus di antara 0 dan 1 selalu menghasilkan logaritma negatif.

4. Bab 24 · Lv 2 · Penjelajah · Pilihan ganda · Nilai eksak · 24-2-03

Nilai $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ adalah...

- A. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{3}$
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

Kunci: D

Pembahasan: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ dan $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. Pada setengah segitiga sama sisi, sisi depan sudut 30° sama dengan sisi samping sudut 60° .

Jumlahnya $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

5. Bab 33 · Lv 2 · Penjelajah · Pilihan ganda · Komplemen · 33-2-03

Pada undian doorprize 17 Agustus terdapat 250 kupon, dan 10 di antaranya berhadiah. Dimas memegang satu kupon. Peluang kupon Dimas **tidak** berhadiah adalah...

- A. $\frac{24}{25}$ C. $\frac{1}{250}$
B. $\frac{1}{25}$ D. $\frac{1}{10}$

Kunci: A

Pembahasan: $P(\text{berhadiah}) = \frac{10}{250} = \frac{1}{25}$.
Dengan komplemen, $P(\text{tidak berhadiah}) = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}$.

6. Bab 6 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Merasionalkan penyebut · 06-3-02

Bentuk rasional dari $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ adalah...

- A. $\sqrt{5} + 1$ C. $4\sqrt{5} + 4$
B. $\sqrt{5} - 1$ D. $\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$

Kunci: A

Pembahasan: Kalikan dengan sekawan penyebut:

$$\frac{4}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4} = \sqrt{5} + 1.$$

Cek: $4 : (2,236 - 1) \approx 3,236$ dan $\sqrt{5} + 1 \approx 3,236$. ✓

Pilihan $4\sqrt{5} + 4$ lupa membagi dengan $5 - 1 = 4$.

7. Bab 12 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Menyusun dari puncak · 12-3-03

Fungsi kuadrat yang grafiknya berpuncak di $(1, -4)$ dan melalui titik $(3, 0)$ adalah...

- A. $y = x^2 + 2x - 3$ C. $y = x^2 - 2x - 3$
B. $y = 2x^2 - 4x - 2$ D. $y = x^2 - 2x + 5$

Kunci: C

Pembahasan: Mulai dari $y = a(x - 1)^2 - 4$. Masukkan $(3, 0)$: $0 = 4a - 4$, jadi $a = 1$.

$y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$. Cek: $9 - 6 - 3 = 0$ ✓.

$x^2 + 2x - 3$ berpuncak di $(-1, -4)$ (tanda h terbalik); $2x^2 - 4x - 2$ memang berpuncak di $(1, -4)$, tetapi nilainya di $x = 3$ adalah 4; $x^2 - 2x + 5$ berpuncak di $(1, 4)$.

8. Bab 14 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Model pertumbuhan penduduk · 14-3-02

Penduduk sebuah kota 500.000 jiwa dan bertambah 2% setiap tahun. Model yang tepat untuk banyak penduduk P setelah t tahun adalah...

- A. $P = 500.000 \cdot (1,2)^t$ C. $P = 500.000 \cdot (0,98)^t$
B. $P = 500.000 + 0,02t$ D. $P = 500.000 \cdot (1,02)^t$

Kunci: D

Pembahasan: Bertambah 2% berarti setiap tahun dikali $1 + 0,02 = 1,02$, jadi $P = 500.000 \cdot 1,02^t$.

Faktor 1,2 berarti naik 20% per tahun, faktor 0,98 berarti turun 2% per tahun, dan model $500.000 + 0,02t$ hanya menambah 0,02 jiwa per tahun!

Diketahui θ sudut lancip dan $\sin \theta = \frac{5}{13}$. Nilai $\tan \theta$ adalah...

- A. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{12}{5}$
B. $\frac{12}{13}$ D. $\frac{13}{5}$

Kunci: A

Pembahasan: Gambar segitiga siku-siku dengan sisi depan 5 dan sisi miring 13.

Sisi samping = $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$.

$\tan \theta = \frac{\text{depan}}{\text{samping}} = \frac{5}{12}$. (Pilihan $\frac{12}{13}$ adalah $\cos \theta$.)

Sebuah iklan menampilkan grafik batang: Kantin A 92 porsi, Kantin B 96 porsi. Sumbu tegaknya dimulai dari 90, sehingga batang B tampak 3 kali lebih tinggi daripada batang A. Sebenarnya penjualan Kantin B lebih banyak daripada Kantin A sekitar...

- A. 200% C. 40%
B. 300% D. 4%

Kunci: D

Pembahasan: Selisih sebenarnya: $\frac{96 - 92}{92} \times 100\% \approx 4,3\% \approx 4\%$.

Di grafik, tinggi batang hanya dihitung dari 90: A setinggi 2 satuan dan B 6 satuan, sehingga B tampak 3 kali A (atau 200% lebih tinggi). Itulah tipuan sumbu terpotong.

Dua dadu dilempar. Diketahui jumlah mata dadunya 8. Berapa peluang paling sedikit satu dadu bermata 6?

- A. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{18}$
B. $\frac{11}{36}$ D. $\frac{2}{5}$

Kunci: D

Pembahasan: Ruang sampel yang baru hanya berisi pasangan berjumlah 8: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), ada 5.

Yang memuat mata 6: (2, 6) dan (6, 2), ada 2. Jadi $P = \frac{2}{5}$.

Pengecoh $\frac{11}{36}$ adalah peluang ada mata 6 tanpa syarat, sedangkan $\frac{1}{18} = \frac{2}{36}$ adalah peluang "ada 6 dan jumlahnya 8".

Sebuah koloni berisi 5 bakteri. Setiap bakteri membelah menjadi dua setiap 20 menit. Berapa banyak bakteri setelah 2 jam?

Jawaban: bakteri

Kunci: 320 bakteri

Pembahasan: 2 jam = 120 menit, jadi terjadi $120 : 20 = 6$ kali pembelahan.

Setiap pembelahan menggandakan jumlah bakteri: $5 \times 2^6 = 5 \times 64 = 320$ bakteri.

13. Bab 11 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Soal cerita luas • 11-2-03

Sebuah taman berbentuk persegi panjang. Panjangnya 4 m lebih dari lebarnya, dan luasnya 60 m^2 . Berapa lebar taman itu?

Jawaban: m

Kunci: 6 m

Pembahasan: Misalkan lebar x m, maka panjang $(x + 4)$ m.

$$x(x + 4) = 60 \Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow (x + 10)(x - 6) = 0.$$

$x = -10$ ditolak karena lebar tidak mungkin negatif. Jadi lebarnya 6 m. Cek: $6 \times 10 = 60$. ✓

14. Bab 12 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Nilai minimum • 12-2-04

Berapakah nilai minimum fungsi $f(x) = x^2 + 6x + 10$?

Jawaban:

Kunci: 1

Pembahasan: Lengkapi kuadrat: $x^2 + 6x + 10 = (x + 3)^2 - 9 + 10 = (x + 3)^2 + 1$.

Karena $(x + 3)^2 \geq 0$, nilai terkecilnya 1, dicapai saat $x = -3$.

Cek dengan rumus: $y_p = -\frac{D}{4a} = -\frac{36 - 40}{4} = 1$.

15. Bab 15 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Deret 1 sampai n • 15-2-02

Pada hari ke-1 Ancil makan 1 butir kacang, pada hari ke-2 makan 2 butir, pada hari ke-3 makan 3 butir, dan seterusnya. Berapa butir kacang yang ia makan selama 60 hari?

Jawaban: butir

Kunci: 1.830 butir

Pembahasan: Ini deret $1 + 2 + 3 + \dots + 60$.

Trik Gauss: $S_{60} = \frac{60}{2}(1 + 60) = 30 \times 61 = 1.830$ butir.

16. Bab 15 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Penyusutan harga • 15-2-04

Harga sebuah motor bekas Rp20 juta. Setiap tahun harganya turun 10% dari harga tahun sebelumnya. Berapa harganya setelah 3 tahun? Tulis dalam juta rupiah.

Jawaban: juta rupiah

Kunci: 14,58 juta rupiah

Pembahasan: Turun 10% berarti tersisa 90%, yaitu dikali 0,9. Harganya membentuk barisan geometri dengan $r = 0,9$.

Setelah 3 tahun: $20 \times 0,9^3 = 20 \times 0,729 = 14,58$ juta rupiah.

Bukan $20 - 3 \times 2 = 14$ juta, karena 10% dihitung dari harga yang terus mengecil.

17. Bab 33 • Lv 2 • Penjelajah • Isian • Frekuensi harapan • 33-2-02

Sebuah tutup botol dilempar 200 kali dan mendarat telentang sebanyak 76 kali. Jika tutup botol yang sama dilempar 500 kali, kira-kira berapa kali ia akan mendarat telentang?

Jawaban: kali

Kunci: 190 kali

Pembahasan: Taksiran peluang telentang = frekuensi relatif = $\frac{76}{200} = 0,38$.

Frekuensi harapan = $500 \times 0,38 = 190$ kali. Hasil sebenarnya bisa sedikit berbeda, karena 190 adalah perkiraan.

18. Bab 10 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Campuran beras • 10-3-01

Pedagang beras mencampur beras pandan wangi seharga Rp16.000/kg dengan beras medium seharga Rp12.000/kg. Ia ingin membuat 50 kg campuran yang bernilai Rp13.600/kg. Berapa kg beras pandan wangi yang diperlukan?

Jawaban: kg

Kunci: 20 kg

Pembahasan: Berat: $p + m = 50$. Nilai (ribu rupiah): $16p + 12m = 50 \times 13,6 = 680$.

Substitusi $m = 50 - p$: $16p + 600 - 12p = 680 \Rightarrow 4p = 80 \Rightarrow p = 20$.

Jadi 20 kg pandan wangi dan 30 kg beras medium. Cek: $320 + 360 = 680 \checkmark$.

Wajar: harga campuran 13,6 ribu lebih dekat ke 12 ribu, jadi beras medium lebih banyak.

19. Bab 10 • Lv 3 • Pejuang • Isian • SPLTV simetris • 10-3-04

Ayu membeli 2 pensil, 1 penghapus, dan 1 penggaris seharga Rp13.000. Dimas membeli 1 pensil, 2 penghapus, dan 1 penggaris seharga Rp12.000. Ancil membeli 1 pensil, 1 penghapus, dan 2 penggaris seharga Rp15.000. Berapa rupiah harga satu penggaris?

Jawaban: rupiah

Kunci: 5.000 rupiah

Pembahasan: Misalkan pensil p , penghapus h , penggaris g (ribu rupiah).

$2p + h + g = 13, p + 2h + g = 12, p + h + 2g = 15$.

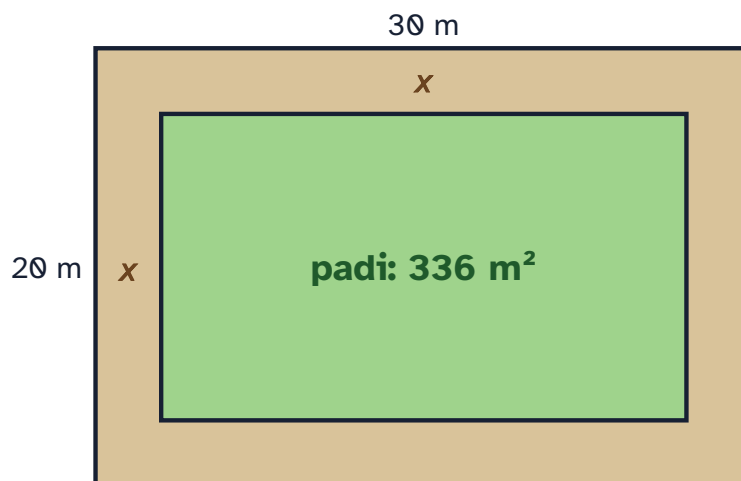
Jumlahkan ketiganya: $4p + 4h + 4g = 40 \Rightarrow p + h + g = 10$.

Kurangkan dari belanjaan Ancil: $g = 15 - 10 = 5$. (Dengan cara yang sama, $p = 3$ dan $h = 2$.)

Jadi satu penggaris Rp5.000.

20. Bab 11 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Jalan setapak di sawah • 11-3-02

Sebidang sawah berukuran 30 m $\times$ 20 m. Di dalam sawah, di sepanjang keempat tepinya, dibuat jalan setapak selebar x m. Sisa lahan untuk menanam padi berbentuk persegi panjang seluas 336 m². Tentukan x .



Jawaban: m

Kunci: 3 m

Pembahasan: $(30 - 2x)(20 - 2x) = 336 \Rightarrow 600 - 100x + 4x^2 = 336 \Rightarrow 4x^2 - 100x + 264 = 0$.

Bagi dengan 4: $x^2 - 25x + 66 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 22) = 0$.

$x = 22$ ditolak karena $20 - 2 \cdot 22 < 0$. Jadi $x = 3$ m. Cek: $24 \times 14 = 336 \checkmark$

21. Bab 12 · Lv 3 · Pejuang · Isian · Batu dilempar ke atas · 12-3-01

Sebuah batu dilempar tegak ke atas dari jembatan. Tingginya dari permukaan sungai setelah t detik adalah $h(t) = 2 + 15t - 5t^2$ meter. Berapa tinggi maksimum batu dari permukaan sungai?

Jawaban: m

Kunci: 13,25 m

Pembahasan: $t_p = -\frac{15}{2(-5)} = 1,5$ detik.

$h(1,5) = 2 + 22,5 - 5(2,25) = 2 + 22,5 - 11,25 = 13,25$ m.

Batu mencapai 13,25 m di atas sungai, 1,5 detik setelah dilempar.

22. Bab 14 · Lv 3 · Pejuang · Isian · Persamaan eksponen dengan substitusi · 14-3-03

Persamaan $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$ mempunyai dua penyelesaian. Berapa jumlah kedua penyelesaian itu?

Jawaban:

Kunci: 3

Pembahasan: $9^x = (3^x)^2$ dan $4 \cdot 3^{x+1} = 12 \cdot 3^x$. Misalkan $u = 3^x$:

$u^2 - 12u + 27 = 0 \Rightarrow (u - 3)(u - 9) = 0$, jadi $u = 3$ atau $u = 9$.

$3^x = 3 \Rightarrow x = 1$ dan $3^x = 9 \Rightarrow x = 2$.

Jumlahnya $1 + 2 = 3$. Cek $x = 2$: $81 - 4 \cdot 27 + 27 = 0$. ✓

23. Bab 15 · Lv 3 · Pejuang · Isian · Kursi gedung pertunjukan · 15-3-01

Baris pertama sebuah gedung pertunjukan berisi 18 kursi. Setiap baris di belakangnya berisi 3 kursi lebih banyak daripada baris di depannya. Gedung itu memiliki 25 baris. Berapa banyak kursi seluruhnya?

Jawaban: kursi

Kunci: 1.350 kursi

Pembahasan: Barisan aritmetika $a = 18, b = 3, n = 25$.

Baris terakhir: $U_{25} = 18 + 24 \times 3 = 90$.

$S_{25} = \frac{25}{2}(18 + 90) = 25 \times 54 = 1.350$ kursi.

24. Bab 31 · Lv 3 · Pejuang · Isian · Rata-rata gabungan · 31-3-01

Kelas A terdiri atas 30 siswa dengan rata-rata nilai 74. Setelah digabung dengan kelas B yang berisi 20 siswa, rata-rata seluruh 50 siswa menjadi 77. Berapa rata-rata nilai kelas B?

Jawaban:

Kunci: 81,5

Pembahasan: Jumlah nilai seluruh siswa: $50 \times 77 = 3850$.

Jumlah nilai kelas A: $30 \times 74 = 2220$.

Jumlah nilai kelas B: $3850 - 2220 = 1630$, jadi rata-ratanya $1630 : 20 = 81,5$.

Cek: 77 berada di antara 74 dan 81,5, lebih dekat ke 74 karena kelas A lebih besar.

Mata pelajaran: Matematika

Jumlah soal: 23

Waktu: 120 menit

Level: Lv 3 Pejuang

Kisi-kisi

No	Bab / materi	Indikator soal	Level kognitif	Bentuk	Kunci
1	Bab 13 · Asimtot	Peserta didik dapat menganalisis asimtot (Bab 13: Fungsi: Komposisi, Invers & Transformasi).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	D
2	Bab 16 · Sisa oleh pembagi kuadrat	Peserta didik dapat menganalisis sisa oleh pembagi kuadrat (Bab 16: Polinomial).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	A
3	Bab 23 · Vektor tegak lurus	Peserta didik dapat menganalisis vektor tegak lurus (Bab 23: Geometri Koordinat & Vektor).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	B
4	Bab 28 · Aturan rantai	Peserta didik dapat menganalisis aturan rantai (Bab 28: Turunan: Laju Perubahan).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	D
5	Bab 30 · Antiturunan dengan syarat	Peserta didik dapat menganalisis antiturunan dengan syarat (Bab 30: Integral: Menjumlahkan yang Tak Terhingga).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	C
6	Bab 32 · Kombinasi bersyarat	Peserta didik dapat menganalisis kombinasi bersyarat (Bab 32: Kaidah Pencacahan).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	D
7	Bab 36 · Invers 2×2	Peserta didik dapat menganalisis invers 2×2 (Bab 36: Matriks).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	B

8	Bab 13 · Invers fungsi pecahan	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis invers fungsi pecahan (Bab 13: Fungsi: Komposisi, Invers & Transformasi).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	3,5
9	Bab 20 · Luas tembereng	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis luas tembereng (Bab 20: Lingkaran).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	126 cm ²
10	Bab 22 · Garis sejajar sisi	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis garis sejajar sisi (Bab 22: Kesebangunan & Transformasi Geometri).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	15 cm
11	Bab 22 · Skala denah & luas	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis skala denah & luas (Bab 22: Kesebangunan & Transformasi Geometri).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	48 m ²
12	Bab 23 · Sudut antarvektor	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis sudut antarvektor (Bab 23: Geometri Koordinat & Vektor).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	135 °
13	Bab 25 · Kasus ambigu	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis kasus ambigu (Bab 25: Aturan Sinus, Kosinus & Luas Segitiga).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	121,01 °
14	Bab 25 · Luas dari tiga sisi	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis luas dari tiga sisi (Bab 25: Aturan Sinus, Kosinus & Luas Segitiga).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	36 m ²
15	Bab 26 · Banyak penyelesaian	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis banyak penyelesaian (Bab 26: Fungsi & Identitas Trigonometri).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	4 penyelesaian
16	Bab 26 · Jumlah sudut	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis jumlah sudut (Bab 26: Fungsi & Identitas Trigonometri).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	0,2588

17	Bab 27 · Kontinuitas	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis kontinuitas (Bab 27: Limit: Seni Mendekati).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	1
18	Bab 28 · Aturan pangkat	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis aturan pangkat (Bab 28: Turunan: Laju Perubahan).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	13
19	Bab 29 · Laju terkait: balon	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis laju terkait: balon (Bab 29: Aplikasi Turunan: Optimasi & Grafik).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	0,3183 cm/s
20	Bab 30 · Integral tentu	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis integral tentu (Bab 30: Integral: Menjumlahkan yang Tak Terhingga).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	20
21	Bab 32 · Unsur yang sama	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis unsur yang sama (Bab 32: Kaidah Pencacahan).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	151.200 susunan
22	Bab 34 · Beras kemasan	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis beras kemasan (Bab 34: Distribusi Peluang: Binomial & Normal).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	15,87 %
23	Bab 36 · Determinan sebagai faktor luas	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis determinan sebagai faktor luas (Bab 36: Matriks).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	60 cm ²

Naskah soal dengan kunci & pembahasan

1. Bab 13 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Asimtot · 13-3-04

Asimtot tegak dan asimtot datar grafik $f(x) = \frac{4x-1}{2x+6}$ berturut-turut adalah...

- A. $x = 3$ dan $y = 2$
B. $x = -3$ dan $y = 4$
C. $x = -6$ dan $y = -\frac{1}{6}$
D. $x = -3$ dan $y = 2$

Kunci: D

Pembahasan: Asimtot tegak: $2x + 6 = 0 \Rightarrow x = -3$.

Asimtot datar: untuk x sangat besar, $f(x) \approx \frac{4x}{2x} = 2$, jadi $y = 2$.

Contoh: $f(1000) = \frac{3999}{2006} \approx 1,994$.

2. Bab 16 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Sisa oleh pembagi kuadrat · 16-3-03

Jika $P(x)$ dibagi $(x - 1)$ bersisa 5 dan dibagi $(x + 2)$ bersisa -4 , maka sisa pembagian $P(x)$ oleh $x^2 + x - 2$ adalah...

- A. $3x + 2$
B. $2x + 3$
C. $x + 4$
D. $-3x + 8$

Kunci: A

Pembahasan: $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$, jadi $P(x) = (x - 1)(x + 2)H(x) + px + q$.

$$x = 1: p + q = 5. \quad x = -2: -2p + q = -4.$$

Kurangkan: $3p = 9$, jadi $p = 3$ dan $q = 2$. Sisanya $3x + 2$.

Cek: $3(1) + 2 = 5 \checkmark$ dan $3(-2) + 2 = -4 \checkmark$.

3. Bab 23 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Vektor tegak lurus · 23-3-03

Vektor $\begin{pmatrix} k \\ 3 \end{pmatrix}$ tegak lurus vektor $\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$. Nilai k adalah...

- A. -4,5
B. 2
C. -2
D. 0

Kunci: B

Pembahasan: $6k + 3(-4) = 0 \Rightarrow 6k = 12 \Rightarrow k = 2$.

Pilihan $-4,5$ adalah syarat *sejajar* ($\frac{k}{6} = \frac{3}{-4}$), bukan tegak lurus.

4. Bab 28 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Aturan rantai · 28-3-02

Turunan $y = (2x + 1)^5$ adalah...

- A. $5(2x + 1)^4$
B. $10(2x + 1)^5$
C. $5(2x + 1)^4 \cdot 2x$
D. $10(2x + 1)^4$

Kunci: D

Pembahasan: Aturan rantai: lapisan luar u^5 dengan lapisan dalam $u = 2x + 1$.

$$y' = 5u^4 \cdot u' = 5(2x + 1)^4 \cdot 2 = 10(2x + 1)^4.$$

Opsi pertama lupa mengalikan turunan lapisan dalam (yaitu 2). Opsi ketiga keliru mengira turunan $2x + 1$ adalah $2x$.

Diketahui $F'(x) = 6x^2 - 4x$ dan $F(1) = 5$. Nilai $F(2)$ adalah...

- A. 5
B. 8
C. 13
D. 35

Kunci: C

Pembahasan: $F(x) = \int (6x^2 - 4x) dx = 2x^3 - 2x^2 + C$.

$$F(1) = 2 - 2 + C = C = 5.$$

$$F(2) = 16 - 8 + 5 = 13.$$

Pengecoh: 8 lupa C ; 35 berasal dari $6x^3 - 4x^2 + C$ (lupa membagi dengan pangkat baru).

Tim cerdas cermat 4 orang dipilih dari 5 siswa putra dan 4 siswi putri. Tim harus berisi tepat 2 putri. Banyak tim yang mungkin adalah...

- A. 126
B. 16
C. 120
D. 60

Kunci: D

Pembahasan: Pilih 2 putri dari 4: $\binom{4}{2} = 6$. Pilih 2 putra dari 5: $\binom{5}{2} = 10$.

Keduanya dilakukan, jadi kalikan: $6 \times 10 = 60$.

Jebakan: $126 = \binom{9}{4}$ (syarat diabaikan), $16 = 6 + 10$ (dijumlahkan).

Invers dari $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ adalah...

- A. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$

Kunci: B

Pembahasan: $\det = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 1$. Tukar a dan d , negatifkan b dan c , lalu bagi dengan 1: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\text{Cek: } \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 - 9 & -15 + 15 \\ 6 - 6 & -9 + 10 \end{pmatrix} = I \checkmark.$$

Opsi pertama lupa menegatifkan, opsi ketiga lupa menukar, opsi keempat menegatifkan semuanya.

Diketahui $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$, $x \neq 1$. Hitung $f^{-1}(5)$.

Jawaban:

Kunci: 3,5

Pembahasan: Selesaikan $\frac{3x+2}{x-1} = 5$: $3x+2 = 5x-5 \Rightarrow 7 = 2x \Rightarrow x = \frac{7}{2}$.

Cek: $f(3,5) = \frac{12,5}{2,5} = 5$. ✓

(Rumus lengkapnya $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-3}$.)

Sebuah juring dari lingkaran berjari-jari 21 cm memiliki sudut pusat 90° . Berapa luas tembereng yang dibatasi tali busur juring itu dan busurnya? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Jawaban: cm²

Kunci: 126 cm²

Pembahasan: Luas juring = $\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 21^2 = \frac{1}{4} \times 1.386 = 346,5$ cm².

Luas segitiga = $\frac{1}{2} \times 21 \times 21 = 220,5$ cm².

Luas tembereng = $346,5 - 220,5 = 126$ cm².

Pada $\triangle ABC$, titik D terletak pada AB dan titik E pada AC sehingga $DE \parallel BC$. Diketahui $AD = 4$ cm, $DB = 6$ cm, dan $DE = 6$ cm. Berapa panjang BC ?

Jawaban: cm

Kunci: 15 cm

Pembahasan: Karena $DE \parallel BC$, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (sudut A dimiliki bersama dan sudut-sudut sehadap sama besar).

$AB = AD + DB = 10$ cm, sehingga $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD} = \frac{10}{4} = 2,5$.

$BC = 6 \times 2,5 = 15$ cm. (Jebakan: $\frac{6}{4} \times 6 = 9$ cm keliru karena memakai DB , bukan AB .)

Denah rumah digambar dengan skala 1 : 200. Luas kamar tidur pada denah 12 cm². Berapa luas kamar sebenarnya dalam m²?

Jawaban: m²

Kunci: 48 m²

Pembahasan: Faktor skala panjang $k = 200$, maka luas dikali $k^2 = 40.000$.

Luas sebenarnya $12 \times 40.000 = 480.000$ cm² = $480.000 : 10.000 = 48$ m².

Cek kewajaran: kamar 6 m $\times$ 8 m memang 48 m²; pada denah ukurannya 3 cm $\times$ 4 cm = 12 cm². ✓

12. Bab 23 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Sudut antarvektor • 23-3-04

Tentukan besar sudut (dalam derajat) antara $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Jawaban: °

Kunci: 135 °

Pembahasan: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3(-1) + (-1)(2) = -5$, $|\vec{a}| = \sqrt{10}$, $|\vec{b}| = \sqrt{5}$.

$$\cos \theta = \frac{-5}{\sqrt{50}} = \frac{-5}{5\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Jadi $\theta = 135^\circ$. Masuk akal: hasil kali titik negatif berarti sudutnya tumpul.

13. Bab 25 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Kasus ambigu • 25-3-02

Pada segitiga ABC , $\angle A = 40^\circ$, $b = 12$ cm, dan $a = 9$ cm. Ternyata ada dua segitiga yang memenuhi. Tentukan besar $\angle B$ pada segitiga yang sudut B -nya tumpul (dalam derajat, 2 desimal).

Jawaban: °

Kunci: 121,01 °

Pembahasan: Cek: $b \sin A = 12 \sin 40^\circ \approx 7,71 < 9 < 12$, jadi memang ada dua segitiga.

$$\sin B = \frac{12 \sin 40^\circ}{9} \approx 0,8570, \text{ sehingga } B_1 \approx 58,99^\circ.$$

Sudut tumpulnya $B_2 = 180^\circ - 58,99^\circ = 121,01^\circ$. Cek: $40^\circ + 121,01^\circ < 180^\circ$, jadi sah.

14. Bab 25 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Luas dari tiga sisi • 25-3-03

Sebidang lahan berbentuk segitiga dengan sisi 9 m, 10 m, dan 17 m. Hitung luas lahan itu.

Jawaban: m²

Kunci: 36 m²

Pembahasan: Sudut C di depan sisi 17 m: $\cos C = \frac{9^2 + 10^2 - 17^2}{2 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{81 + 100 - 289}{180} = -0,6$ (tumpul).

$$\sin C = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8 \text{ (sinus sudut tumpul tetap positif).}$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10 \cdot 0,8 = 36 \text{ m}^2.$$

Cek dengan rumus Heron: $s = 18$, $L = \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 1} = \sqrt{1296} = 36$. ✓

15. Bab 26 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Banyak penyelesaian • 26-3-03

Berapa banyak penyelesaian persamaan $2 \sin x = 1$ untuk $0^\circ \leq x \leq 720^\circ$?

Jawaban: penyelesaian

Kunci: 4 penyelesaian

Pembahasan: $\sin x = \frac{1}{2}$. Pada putaran pertama: $x = 30^\circ$ dan $x = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

Tambahkan 360° untuk putaran kedua: 390° dan 510° .

Total 4 penyelesaian: $30^\circ, 150^\circ, 390^\circ, 510^\circ$.

16. Bab 26 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Jumlah sudut • 26-3-04

Nilai eksak $\cos 75^\circ$ dapat dihitung sebagai $\cos(45^\circ + 30^\circ)$. Hitung nilainya (boleh dalam bentuk akar).

Jawaban:

Kunci: 0,2588

Pembahasan: $\cos 75^\circ = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \approx 0,2588$.

Cek: $\cos 75^\circ = \sin 15^\circ$, bilangan positif yang kecil. ✓

17. Bab 27 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Kontinuitas • 27-3-04

Fungsi $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x < 2 \\ 3x - 1, & x \geq 2 \end{cases}$ kontinu di $x = 2$. Tentukan a .

Jawaban:

Kunci: 1

Pembahasan: $f(2) = 3(2) - 1 = 5$, dan limit kanannya juga 5.

Limit kiri: $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + a) = 4 + a$.

Kontinu $\Rightarrow 4 + a = 5 \Rightarrow a = 1$.

18. Bab 28 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Aturan pangkat • 28-3-01

Diketahui $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x - 7$. Tentukan $f'(1)$.

Jawaban:

Kunci: 13

Pembahasan: $f'(x) = 12x^3 - 4x + 5$.

$f'(1) = 12 - 4 + 5 = 13$.

19. Bab 29 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Laju terkait: balon • 29-3-03

Untuk lomba Agustusan, sebuah balon berbentuk bola dipompa sehingga volumenya bertambah $100 \text{ cm}^3/\text{s}$. Seberapa cepat jari-jarinya bertambah saat jari-jari balon 5 cm?

Jawaban: cm/s

Kunci: 0,3183 cm/s

Pembahasan: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$.

$100 = 4\pi(25) \frac{dr}{dt} = 100\pi \frac{dr}{dt}$, jadi $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\pi} \approx 0,318 \text{ cm/s}$.

Makin besar balonnya, makin lambat jari-jarinya bertambah, karena udara yang sama menyebar ke permukaan yang makin luas.

20. Bab 30 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Integral tentu • 30-3-01

Hitung $\int_1^3 (3x^2 - 2x + 1) dx$.

Jawaban:

Kunci: 20

Pembahasan: $F(x) = x^3 - x^2 + x$.

$F(3) = 27 - 9 + 3 = 21$ dan $F(1) = 1 - 1 + 1 = 1$.

$\int_1^3 (3x^2 - 2x + 1) dx = 21 - 1 = 20$.

21. Bab 32 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Unsur yang sama • 32-3-01

Berapa banyak susunan huruf berbeda yang dapat dibuat dari semua huruf kata **MATEMATIKA**?

Jawaban: susunan

Kunci: 151.200 susunan

Pembahasan: Ada 10 huruf: A tiga kali, M dua kali, T dua kali, dan E, I, K masing-masing sekali.

$\frac{10!}{3!2!2!} = \frac{3.628.800}{24} = 151.200$.

22. Bab 34 · Lv 3 · Pejuang · Isian · Beras kemasan · 34-3-03

Isi beras kemasan berlabel 5 kg berdistribusi normal dengan rata-rata 5,02 kg dan simpangan baku 0,02 kg (data ilustrasi). Berapa persen kemasan yang isinya kurang dari 5 kg? Gunakan $\Phi(1) = 0,8413$.

Jawaban: %

Kunci: 15,87 %

Pembahasan: $z = \frac{5 - 5,02}{0,02} = -1$.

$P(X < 5) = \Phi(-1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$, yaitu sekitar 15,87%.

Kira-kira 1 dari 6 kemasan kurang dari label. Pabrik perlu menaikkan rata-rata atau memperkecil simpangan baku mesinnya.

23. Bab 36 · Lv 3 · Pejuang · Isian · Determinan sebagai faktor luas · 36-3-03

Sebuah segitiga dengan luas 6 cm² ditransformasi oleh matriks $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Berapa luas bayangannya?

Jawaban: cm²

Kunci: 60 cm²

Pembahasan: $\det = 3 \cdot 4 - 1 \cdot 2 = 10$. Setiap luas dikali $|\det| = 10$, jadi luas bayangan $6 \times 10 = 60$ cm².

Bentuk segitiganya berubah, tetapi luasnya selalu tepat 10 kali luas semula.

Mata pelajaran: Matematika

Jumlah soal: 20

Waktu: 120 menit

Level: Lv 4 IGCSE

Kisi-kisi

No	Bab / materi	Indikator soal	Level kognitif	Bentuk	Kunci
1	Bab 5 · Variasi invers	Peserta didik dapat menerapkan konsep variasi invers (Bab 5: Rasio, Proporsi & Laju).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	C
2	Bab 8 · Tak hingga penyelesaian	Peserta didik dapat menerapkan konsep tak hingga penyelesaian (Bab 8: Persamaan & Pertidaksamaan Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	B
3	Bab 9 · Garis tegak lurus	Peserta didik dapat menerapkan konsep garis tegak lurus (Bab 9: Garis Lurus & Fungsi Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	B
4	Bab 12 · Membaca tabel nilai	Peserta didik dapat menerapkan konsep membaca tabel nilai (Bab 12: Fungsi Kuadrat & Parabola).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	A
5	Bab 13 · Transformasi titik	Peserta didik dapat menerapkan konsep transformasi titik (Bab 13: Fungsi: Komposisi, Invers & Transformasi).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	A
6	Bab 17 · Sudut dalam bentuk aljabar	Peserta didik dapat menerapkan konsep sudut dalam bentuk aljabar (Bab 17: Garis, Sudut & Segitiga).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	D
7	Bab 3 · Persentase penurunan	Peserta didik dapat menghitung dari data persentase penurunan (Bab 3: Pecahan, Desimal & Persen).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	15 %
8	Bab 6 · Persamaan pangkat	Peserta didik dapat menghitung dari data persamaan pangkat (Bab 6: Pangkat, Akar & Notasi Ilmiah).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	8

9	Bab 10 · Titik potong dua garis	Peserta didik dapat menghitung dari data titik potong dua garis (Bab 10: Sistem Persamaan Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	2
10	Bab 18 · Tinggi segitiga sama sisi	Peserta didik dapat menghitung dari data tinggi segitiga sama sisi (Bab 18: Teorema Pythagoras).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	8,66 cm
11	Bab 19 · Jalan di sekeliling taman	Peserta didik dapat menghitung dari data jalan di sekeliling taman (Bab 19: Keliling & Luas Bangun Datar).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	144 m ²
12	Bab 20 · Segi empat tali busur	Peserta didik dapat menghitung dari data segi empat tali busur (Bab 20: Lingkaran).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	65 °
13	Bab 21 · Luas permukaan prisma	Peserta didik dapat menghitung dari data luas permukaan prisma (Bab 21: Bangun Ruang: Luas Permukaan & Volume).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	408 cm ²
14	Bab 23 · Perpindahan kapal	Peserta didik dapat menghitung dari data perpindahan kapal (Bab 23: Geometri Koordinat & Vektor).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	17 km
15	Bab 24 · Menghitung sudut	Peserta didik dapat menghitung dari data menghitung sudut (Bab 24: Trigonometri Segitiga Siku-siku).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	73,9 °
16	Bab 25 · Aturan sinus: mencari sudut	Peserta didik dapat menghitung dari data aturan sinus: mencari sudut (Bab 25: Aturan Sinus, Kosinus & Luas Segitiga).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	47,7 °
17	Bab 33 · Tabel peluang	Peserta didik dapat menghitung dari data tabel peluang (Bab 33: Peluang).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	60 kali
18	Bab 5 · Kecepatan dan satuan	Peserta didik dapat menjelaskan dengan data kecepatan dan satuan (Bab 5: Rasio, Proporsi & Laju).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Uraian	rubrik
19	Bab 6 · Virus dan rambut	Peserta didik dapat menjelaskan dengan data virus dan rambut (Bab 6: Pangkat, Akar & Notasi Ilmiah).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Uraian	rubrik

20	Bab 22 · Segitiga sebangun bentuk X	Peserta didik dapat menjelaskan dengan data segitiga sebangun bentuk x (Bab 22: Kesebangunan & Transformasi Geometri).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Uraian	rubrik
----	-------------------------------------	--	----------------------	--------	--------

Naskah soal dengan kunci & pembahasan

1. Bab 5 · Lv 4 · IGCSE · Pilihan ganda · Variasi invers · gaya IGCSE · 05-4-03

y berbanding terbalik dengan $\sqrt{x}$ (y is inversely proportional to $\sqrt{x}$). Ketika $x = 9$, $y = 8$. Nilai x ketika $y = 6$ adalah...

- A. 12
B. 4
C. 16
D. 6,75

Kunci: C

Pembahasan: Bentuk umum: $y = \frac{k}{\sqrt{x}}$, jadi $k = y\sqrt{x} = 8 \times 3 = 24$.

Untuk $y = 6$: $\sqrt{x} = \frac{24}{6} = 4$, sehingga $x = 16$.

Pilihan 4 lupa mengkuadratkan, 12 memakai xy tetap (lupa akarnya), dan 6,75 memakai variasi langsung.

2. Bab 8 · Lv 4 · IGCSE · Pilihan ganda · Tak hingga penyelesaian · gaya IGCSE · 08-4-03

Persamaan $3(x + 2) = 3x + k$ dipenuhi oleh **semua** bilangan x jika k bernilai...

- A. 2
B. 6
C. 3
D. tidak ada nilai k yang memenuhi

Kunci: B

Pembahasan: Jabarkan: $3x + 6 = 3x + k$. Kurangi kedua ruas dengan $3x$: $6 = k$.

Jika $k = 6$, persamaannya menjadi $0 = 0$ setelah disederhanakan, yang benar untuk semua x : tak hingga banyak penyelesaian. Jika $k \neq 6$, hasilnya $6 = k$ yang salah, sehingga tidak ada penyelesaian sama sekali.

3. Bab 9 · Lv 4 · IGCSE · Pilihan ganda · Garis tegak lurus · gaya IGCSE · 09-4-03

Manakah garis yang tegak lurus (*perpendicular*) terhadap $y = 4x - 1$?

- A. $y = 4x + 2$
B. $y = -\frac{1}{4}x + 3$
C. $y = -4x + 1$
D. $y = \frac{1}{4}x - 1$

Kunci: B

Pembahasan: Gradien tegak lurus: balik dan ganti tanda, $4 \rightarrow -\frac{1}{4}$.

Cek: $4 \times (-\frac{1}{4}) = -1$. ✓

$y = 4x + 2$ sejajar; $y = -4x + 1$ hanya diganti tanda; $y = \frac{1}{4}x - 1$ hanya dibalik.

Tabel berikut berisi nilai fungsi kuadrat $y = f(x)$.

x : -1, 0, 1, 2, 3

y : 7, 2, -1, -2, -1

Tentukan rumus $f(x)$.

A. $f(x) = x^2 - 4x + 2$

B. $f(x) = x^2 + 4x + 2$

C. $f(x) = (x - 2)^2 + 2$

D. $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

Kunci: A

Pembahasan: Nilai y simetris di sekitar $x = 2$ ($f(1) = f(3) = -1$), dan $f(2) = -2$ paling kecil. Jadi puncaknya $(2, -2)$: $f(x) = a(x - 2)^2 - 2$.

Dari $f(0) = 2$: $4a - 2 = 2$, sehingga $a = 1$. Jadi $f(x) = (x - 2)^2 - 2 = x^2 - 4x + 2$.

Cek: $f(-1) = 1 + 4 + 2 = 7$ ✓. Beda kedua tabel tetap 2, cocok dengan $2a = 2$.

Titik $(4, -3)$ terletak pada grafik $y = f(x)$. Titik manakah yang **pasti** terletak pada grafik $y = 2f(x - 1) + 5$?

A. $(5, -1)$

B. $(3, -1)$

C. $(5, 4)$

D. $(5, 2)$

Kunci: A

Pembahasan: $f(x - 1)$: geser kanan 1, jadi x menjadi $4 + 1 = 5$.

$2f(\dots) + 5$: nilai y dikali 2 lalu ditambah 5: $2(-3) + 5 = -1$.

Titik baru $(5, -1)$. Cek: $2f(5 - 1) + 5 = 2f(4) + 5 = -6 + 5 = -1$. ✓

Sudut-sudut sebuah segitiga adalah x° , $2x^\circ$, dan $3x^\circ$. Segitiga itu adalah segitiga...

A. lancip

B. tumpul

C. sama sisi

D. siku-siku

Kunci: D

Pembahasan: $x + 2x + 3x = 180 \Rightarrow 6x = 180 \Rightarrow x = 30$.

Sudut-sudutnya 30° , 60° , 90° . Ada sudut 90° , jadi segitiga siku-siku.

Harga sebuah sepeda motor bekas turun dari Rp18.000.000 menjadi Rp15.300.000. **Hitung** persentase penurunannya (*percentage decrease*).

Jawaban: %

Kunci: 15 %

Pembahasan: Penurunan: $18.000.000 - 15.300.000 = 2.700.000$.

Persentase penurunan = $\frac{2.700.000}{18.000.000} \times 100\% = 15\%$.

Ingat: pembaginya selalu nilai **lama**.

Tentukan nilai n jika $\frac{2^n \times 8}{4^3} = 32$.

Jawaban:

Kunci: 8

Pembahasan: $8 = 2^3$, $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$, dan $32 = 2^5$.

$$\frac{2^n \times 2^3}{2^6} = 2^{n+3-6} = 2^{n-3}.$$

$$2^{n-3} = 2^5 \Rightarrow n - 3 = 5 \Rightarrow n = 8.$$

$$\text{Cek: } \frac{256 \times 8}{64} = 32. \checkmark$$

Garis L_1 melalui titik $(0, 3)$ dan $(4, 11)$. Garis L_2 mempunyai persamaan $x + 2y = 16$.

(a) **Tentukan** persamaan L_1 dalam bentuk $y = mx + c$.

(b) **Hitung** koordinat titik potong L_1 dan L_2 . Tuliskan nilai x -nya.

Jawaban:

Kunci: 2

Pembahasan: (a) Gradien (*gradient*) $m = \frac{11 - 3}{4 - 0} = 2$ dan $c = 3$, jadi $L_1 : y = 2x + 3$.

(b) Substitusi ke L_2 : $x + 2(2x + 3) = 16 \Rightarrow 5x + 6 = 16 \Rightarrow x = 2$, lalu $y = 7$.

Titik potongnya $(2, 7)$. Cek: $2 + 2(7) = 16 \checkmark$.

Sebuah segitiga sama sisi memiliki panjang sisi 10 cm. **Hitung** tingginya. Tuliskan jawaban dalam bentuk akar atau dibulatkan 3 angka penting.

Jawaban: cm

Kunci: 8,66 cm

Pembahasan: Garis tinggi membagi alas 10 cm menjadi 5 cm dan 5 cm.

$$t^2 = 10^2 - 5^2 = 75, \text{ jadi } t = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \approx 8,66 \text{ cm.}$$

Sebuah taman persegi panjang berukuran 20 m $\times$ 12 m dikelilingi jalan setapak selebar 2 m di sebelah luarnya. **Hitung** luas jalan setapak itu.

Jawaban: m²

Kunci: 144 m²

Pembahasan: Ukuran luar: $(20 + 4) \times (12 + 4) = 24 \times 16 = 384 \text{ m}^2$. Luas taman $20 \times 12 = 240 \text{ m}^2$.

Luas jalan = $384 - 240 = 144 \text{ m}^2$.

Jebakan umum: menambahkan 2 m hanya pada satu sisi. Jalan ada di kedua sisi, jadi tiap ukuran bertambah 4 m.

12. Bab 20 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Segi empat tali busur • gaya IGCSE • 20-4-03

$ABCD$ adalah segi empat tali busur (*cyclic quadrilateral*) dengan $\angle ABC = (3x + 10)^\circ$ dan $\angle ADC = (2x - 5)^\circ$. **Tentukan** besar $\angle ADC$.

Jawaban: °

Kunci: 65 °

Pembahasan: Sudut berhadapan pada segi empat tali busur berjumlah 180° :

$$(3x + 10) + (2x - 5) = 180 \Rightarrow 5x + 5 = 180 \Rightarrow x = 35.$$

$$\angle ADC = 2(35) - 5 = 65^\circ. \text{ (Cek: } \angle ABC = 115^\circ, \text{ dan } 115^\circ + 65^\circ = 180^\circ.)$$

13. Bab 21 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Luas permukaan prisma • gaya IGCSE • 21-4-01

Sebuah prisma tegak beralas segitiga siku-siku dengan kaki 6 cm dan 8 cm. Panjang prisma 15 cm. **Hitung** luas permukaan prisma.

Jawaban: cm^2

Kunci: 408 cm^2

Pembahasan: Sisi miring alas $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ cm.

$$\text{Dua segitiga: } 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 48 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Tiga persegi panjang: } (6 + 8 + 10) \times 15 = 360 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Total} = 48 + 360 = 408 \text{ cm}^2.$$

14. Bab 23 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Perpindahan kapal • gaya IGCSE • 23-4-04

Kapal nelayan dari Pelabuhan Ratu berpindah sejauh $\begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$ km, kemudian $\begin{pmatrix} -4 \\ 10 \end{pmatrix}$ km. **Hitung** jarak kapal dari pelabuhan.

Jawaban: km

Kunci: 17 km

Pembahasan: Perpindahan total = resultan: $\begin{pmatrix} 12 + (-4) \\ 5 + 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 15 \end{pmatrix}$.

$$\text{Jaraknya } \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17 \text{ km (tripel 8-15-17). Bandingkan dengan panjang lintasan yang ditempuh: } 13 + \sqrt{116} \approx 23,8 \text{ km.}$$

15. Bab 24 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Menghitung sudut • gaya IGCSE • 24-4-02

Sebuah tangga sepanjang 6,5 m bersandar pada tembok tegak. Kaki tangga berjarak 1,8 m dari tembok. **Hitung** sudut antara tangga dan lantai, dalam derajat dengan 1 desimal.

Jawaban: °

Kunci: 73,9 °

Pembahasan: Diketahui sisi samping (1,8 m) dan sisi miring (6,5 m), jadi pakai kosinus (KOSAMI).

$$\cos \theta = \frac{1,8}{6,5} \approx 0,2769 \Rightarrow \theta = \cos^{-1}(0,2769) \approx 73,9^\circ \text{ (inverse cosine).}$$

16. Bab 25 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Aturan sinus: mencari sudut • gaya IGCSE • 25-4-01

Pada segitiga PQR , $PQ = 9$ cm, $QR = 7$ cm, dan $\angle PRQ = 72^\circ$. **Hitung** besar $\angle QPR$. Berikan jawaban dalam derajat, 1 desimal.

Jawaban:°

Kunci: 47,7°

Pembahasan: $\frac{\sin P}{QR} = \frac{\sin R}{PQ} \Rightarrow \sin P = \frac{7 \sin 72^\circ}{9} \approx 0,7397 \Rightarrow P \approx 47,7^\circ$.

Tidak ada jawaban kedua: $QR < PQ$, jadi $\angle P$ harus lebih kecil daripada $\angle R = 72^\circ$. Sudut $180^\circ - 47,7^\circ = 132,3^\circ$ jelas terlalu besar.

17. Bab 33 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Tabel peluang • gaya IGCSE • 33-4-03

Sebuah roda putar berwarna berhenti di merah dengan peluang 0,25, di biru dengan peluang 0,3, di hijau dengan peluang x , dan di kuning dengan peluang $2x$. Roda itu diputar 200 kali. **Hitung** berapa kali roda diperkirakan berhenti di kuning.

Jawaban: kali

Kunci: 60 kali

Pembahasan: $0,25 + 0,3 + x + 2x = 1 \Rightarrow 3x = 0,45 \Rightarrow x = 0,15$.

$P(\text{kuning}) = 2x = 0,3$.

Frekuensi harapan = $200 \times 0,3 = 60$ kali.

18. Bab 5 • Lv 4 • IGCSE • Uraian • Kecepatan dan satuan • gaya IGCSE • 05-4-04

Sebuah kereta berangkat dari Stasiun A pukul 08.15 dan tiba di Stasiun B pukul 10.45. Jarak A-B adalah 210 km.

(a) **Hitung** kecepatan rata-rata kereta dalam km/jam.

(b) **Ubah** kecepatan itu ke m/detik (bulatkan sampai 3 angka penting).

(c) Pada perjalanan pulang, kecepatan rata-ratanya 105 km/jam. **Tunjukkan** bahwa kecepatan rata-rata pulang-pergi **bukan** 94,5 km/jam, lalu **hitung** nilai yang benar.

Kunci/rubrik: (a) Lama perjalanan 08.15 $\rightarrow$ 10.45 = 2 jam 30 menit = 2,5 jam. $v = 210 \div 2,5 = 84$ km/jam. [2 poin: waktu 1, hasil 1]

(b) $84 \times \frac{1000}{3600} \approx 23,3$ m/detik. [1 poin]

(c) 94,5 adalah $(84 + 105) \div 2$, rata-rata biasa. Waktu pulang = $210 \div 105 = 2$ jam. Total jarak 420 km dan total waktu 4,5 jam, jadi kecepatan rata-rata = $420 \div 4,5 = 93\frac{1}{3} \approx 93,3$ km/jam. [3 poin: waktu pulang 1, total jarak dan waktu 1, hasil 1]

Pembahasan: Kunci bagian (c): kecepatan rata-rata selalu total jarak dibagi total waktu. Kereta lebih lama berada pada kecepatan 84 km/jam (2,5 jam) daripada 105 km/jam (2 jam), jadi rata-ratanya lebih dekat ke 84.

Diameter sebuah virus $1,2 \times 10^{-7}$ m, sedangkan tebal sehelai rambut 8×10^{-5} m.

- Hitung** berapa kali tebal rambut dibandingkan diameter virus. Tulis jawabanmu dalam bentuk baku.
- Nyatakan** diameter virus dalam nanometer ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$).
- Bulatkan** jawaban (a) sampai 2 angka penting.

Kunci/rubrik: (a) $\frac{8 \times 10^{-5}}{1,2 \times 10^{-7}} = \frac{8}{1,2} \times 10^{-5-(-7)} = 6,67 \times 10^2$ (sekitar 667 kali). [2 poin: pembagian angka depan 1, pangkat sepuluh benar 1]

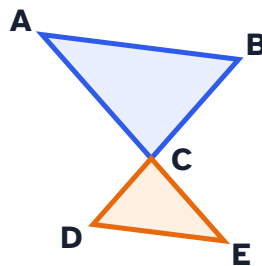
(b) $1,2 \times 10^{-7} \text{ m} = \frac{1,2 \times 10^{-7}}{10^{-9}} \text{ nm} = 1,2 \times 10^2 \text{ nm} = 120 \text{ nm}$. [1 poin]

(c) $6,7 \times 10^2$ (= 670). [1 poin]

Pembahasan: Saat membagi, kurangkan pangkatnya dengan hati-hati: $-5 - (-7) = +2$. Rambut ternyata ratusan kali lebih tebal daripada virus. Itulah sebabnya virus hanya bisa dilihat dengan mikroskop elektron.

Pada gambar, ruas AE dan BD berpotongan di C , dengan $AB \parallel DE$. Diketahui $AB = 9 \text{ cm}$, $DE = 6 \text{ cm}$, $AC = 7,5 \text{ cm}$, dan $CD = 4 \text{ cm}$.

- Tunjukkan** bahwa $\triangle ABC \sim \triangle EDC$.
- Hitung** CE .
- Hitung** BC .
- Tuliskan** perbandingan luas $\triangle EDC$ terhadap $\triangle ABC$.



Kunci/rubrik: (a) $\angle ACB = \angle ECD$ (sudut bertolak belakang) dan $\angle BAC = \angle DEC$ (sudut dalam berseberangan, karena $AB \parallel DE$). Dua pasang sudut sama besar $\Rightarrow$ sebangun (Sd-Sd). [2 poin]

(b) $k = \frac{DE}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. $CE = \frac{2}{3} \times AC = \frac{2}{3} \times 7,5 = 5 \text{ cm}$. [2 poin]

(c) CD bersesuaian dengan CB : $BC = CD : \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = 6 \text{ cm}$. [2 poin]

(d) $k^2 = \frac{4}{9}$, jadi luas $\triangle EDC : \triangle ABC = 4 : 9$. [1 poin]

Pembahasan: Kunci soal bentuk X: pasangan titik ditentukan oleh sudut, bukan oleh posisi gambar. A berpasangan dengan E (sudut dalam berseberangan), B dengan D , dan C dengan dirinya sendiri. Hati-hati: CD berpasangan dengan CB , bukan dengan CA .

Mata pelajaran: Matematika

Jumlah soal: 25

Waktu: 75 menit

Level: Lv 3 Pejuang, Lv 4 IGCSE

Kisi-kisi

No	Bab / materi	Indikator soal	Level kognitif	Bentuk	Kunci
1	Bab 5 · Kecepatan rata-rata	Peserta didik dapat menganalisis kecepatan rata-rata (Bab 5: Rasio, Proporsi & Laju).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	C
2	Bab 8 · Nilai minimal KKM	Peserta didik dapat menganalisis nilai minimal kkm (Bab 8: Persamaan & Pertidaksamaan Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Pilihan ganda	C
3	Bab 5 · Variasi invers	Peserta didik dapat menerapkan konsep variasi invers (Bab 5: Rasio, Proporsi & Laju).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	C
4	Bab 10 · Makna hasil eliminasi	Peserta didik dapat menerapkan konsep makna hasil eliminasi (Bab 10: Sistem Persamaan Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	C
5	Bab 11 · Diskriminan & grafik	Peserta didik dapat menerapkan konsep diskriminan & grafik (Bab 11: Persamaan Kuadrat).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	A
6	Bab 12 · Membaca tabel nilai	Peserta didik dapat menerapkan konsep membaca tabel nilai (Bab 12: Fungsi Kuadrat & Parabola).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	A
7	Bab 19 · Luas dari koordinat	Peserta didik dapat menerapkan konsep luas dari koordinat (Bab 19: Keliling & Luas Bangun Datar).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Pilihan ganda	C

8	Bab 10 · Bilangan dua angka	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis bilangan dua angka (Bab 10: Sistem Persamaan Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	47
9	Bab 24 · Sudut depresi	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis sudut depresi (Bab 24: Trigonometri Segitiga Siku-siku).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	77,94 m
10	Bab 32 · Pengisian tempat bersyarat	Peserta didik dapat menghitung dan menganalisis pengisian tempat bersyarat (Bab 32: Kaidah Pencacahan).	L2 · Aplikasi (Lv 3)	Isian	180 bilangan
11	Bab 3 · Membagi pecahan campuran	Peserta didik dapat menghitung dari data membagi pecahan campuran (Bab 3: Pecahan, Desimal & Persen).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	1,3333
12	Bab 3 · Persen balik PPN	Peserta didik dapat menghitung dari data persen balik ppn (Bab 3: Pecahan, Desimal & Persen).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	$6,5 \times 10^6$ rupiah
13	Bab 8 · Persamaan dengan kurung	Peserta didik dapat menghitung dari data persamaan dengan kurung (Bab 8: Persamaan & Pertidaksamaan Linear).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	4
14	Bab 11 · Melengkapkan kuadrat	Peserta didik dapat menghitung dari data melengkapkan kuadrat (Bab 11: Persamaan Kuadrat).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	-7
15	Bab 12 · Melengkapkan kuadrat	Peserta didik dapat menghitung dari data melengkapkan kuadrat (Bab 12: Fungsi Kuadrat & Parabola).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	-18
16	Bab 14 · Penyusutan nilai	Peserta didik dapat menghitung dari data penyusutan nilai (Bab 14: Eksponen & Logaritma).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	122,825 juta rupiah
17	Bab 15 · Barisan kuadratik	Peserta didik dapat menghitung dari data barisan kuadratik (Bab 15: Barisan & Deret).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	440

18	Bab 18 · Koordinat	Peserta didik dapat menghitung dari data koordinat (Bab 18: Teorema Pythagoras).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	10 satuan
19	Bab 18 · Navigasi kapal	Peserta didik dapat menghitung dari data navigasi kapal (Bab 18: Teorema Pythagoras).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	25 km
20	Bab 21 · Kerucut terpancung	Peserta didik dapat menghitung dari data kerucut terpancung (Bab 21: Bangun Ruang: Luas Permukaan & Volume).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	2.199,115 cm ³
21	Bab 21 · Melebur & mencetak ulang	Peserta didik dapat menghitung dari data melebur & mencetak ulang (Bab 21: Bangun Ruang: Luas Permukaan & Volume).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	24 kerucut
22	Bab 24 · Menghitung sisi	Peserta didik dapat menghitung dari data menghitung sisi (Bab 24: Trigonometri Segitiga Siku-siku).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	9,22 cm
23	Bab 31 · Simpangan baku	Peserta didik dapat menghitung dari data simpangan baku (Bab 31: Statistika: Bercerita dengan Data).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	25,82 gram
24	Bab 31 · Taksiran rata-rata data berkelompok	Peserta didik dapat menghitung dari data taksiran rata-rata data berkelompok (Bab 31: Statistika: Bercerita dengan Data).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	159,75 cm
25	Bab 33 · Tabel peluang	Peserta didik dapat menghitung dari data tabel peluang (Bab 33: Peluang).	L2 · Aplikasi (Lv 4)	Isian	60 kali

Naskah soal dengan kunci & pembahasan

1. Bab 5 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Kecepatan rata-rata · 05-3-03

Ayah mengemudi dari kota A ke kota B sejauh 150 km dengan kecepatan rata-rata 60 km/jam, lalu kembali melalui jalan yang sama dengan kecepatan rata-rata 100 km/jam. Kecepatan rata-rata untuk perjalanan pulang-pergi adalah...

- A. 80 km/jam
- B. 70 km/jam
- C. 75 km/jam
- D. 85 km/jam

Kunci: C

Pembahasan: Waktu pergi = $150 \div 60 = 2,5$ jam. Waktu pulang = $150 \div 100 = 1,5$ jam.

Total jarak 300 km, total waktu 4 jam.

Kecepatan rata-rata = $300 \div 4 = 75$ km/jam, bukan $(60 + 100) \div 2 = 80$ km/jam.

2. Bab 8 · Lv 3 · Pejuang · Pilihan ganda · Nilai minimal KKM · 08-3-03

Nilai tiga ulangan Dimas adalah 72, 80, dan 76. Agar rata-rata empat ulangan paling sedikit 78, nilai ulangan keempat minimal...

- A. 78
- B. 82
- C. 84
- D. 86

Kunci: C

Pembahasan: Misalkan nilai keempat X . $\frac{72 + 80 + 76 + X}{4} \geq 78$.

Kalikan 4: $228 + X \geq 312 \Rightarrow X \geq 84$.

Cek: $\frac{228+84}{4} = \frac{312}{4} = 78$ ✓. Jawaban 78 menjebak: rata-rata tiga nilai pertama baru 76, jadi ulangan keempat harus menutup kekurangannya.

3. Bab 5 · Lv 4 · IGCSE · Pilihan ganda · Variasi invers · gaya IGCSE · 05-4-03

y berbanding terbalik dengan $\sqrt{x}$ (y is inversely proportional to $\sqrt{x}$). Ketika $x = 9$, $y = 8$. Nilai x ketika $y = 6$ adalah...

- A. 12
- B. 4
- C. 16
- D. 6,75

Kunci: C

Pembahasan: Bentuk umum: $y = \frac{k}{\sqrt{x}}$, jadi $k = y\sqrt{x} = 8 \times 3 = 24$.

Untuk $y = 6$: $\sqrt{x} = \frac{24}{6} = 4$, sehingga $x = 16$.

Pilihan 4 lupa mengkuadratkan, 12 memakai xy tetap (lupa akarnya), dan 6,75 memakai variasi langsung.

Saat menyelesaikan sistem dua persamaan linear dengan eliminasi, Dimas memperoleh $0 = 7$. Apa kesimpulan yang benar?

- A. $x = 7$
- B. Kedua garis berimpit; penyelesaiannya tak hingga banyak.
- C. Kedua garis sejajar; sistem tidak mempunyai penyelesaian.
- D. $x = 0$ dan $y = 7$.

Kunci: C

Pembahasan: Kedua variabel lenyap sekaligus, berarti ruas kiri kedua persamaan sebanding (garisnya sejajar atau berimpit). Pernyataan $0 = 7$ selalu salah, jadi tidak ada pasangan (x, y) yang memenuhi: garisnya **sejajar**. Seandainya muncul $0 = 0$ (selalu benar), barulah garisnya berimpit dan penyelesaiannya tak hingga.

Grafik $y = x^2 - 4x + k$ tidak memotong dan tidak menyinggung sumbu- x . Nilai k yang memenuhi adalah...

- A. $k > 4$
- B. $k < 4$
- C. $k = 4$
- D. $k > -4$

Kunci: A

Pembahasan: Tidak ada titik potong $\Leftrightarrow D < 0$: $(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k < 0 \Rightarrow 16 - 4k < 0 \Rightarrow k > 4$. Saat $k = 4$ grafiknya menyinggung sumbu- x (akar kembar $x = 2$), jadi $k = 4$ tidak termasuk.

Tabel berikut berisi nilai fungsi kuadrat $y = f(x)$.

x : -1, 0, 1, 2, 3

y : 7, 2, -1, -2, -1

Tentukan rumus $f(x)$.

- A. $f(x) = x^2 - 4x + 2$
- B. $f(x) = x^2 + 4x + 2$
- C. $f(x) = (x - 2)^2 + 2$
- D. $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

Kunci: A

Pembahasan: Nilai y simetris di sekitar $x = 2$ ($f(1) = f(3) = -1$), dan $f(2) = -2$ paling kecil. Jadi puncaknya $(2, -2)$: $f(x) = a(x - 2)^2 - 2$.

Dari $f(0) = 2$: $4a - 2 = 2$, sehingga $a = 1$. Jadi $f(x) = (x - 2)^2 - 2 = x^2 - 4x + 2$.

Cek: $f(-1) = 1 + 4 + 2 = 7 \checkmark$. Beda kedua tabel tetap 2, cocok dengan $2a = 2$.

Segitiga PQR memiliki titik sudut $P(1, 1)$, $Q(7, 2)$, dan $R(3, 6)$. Luas segitiga PQR adalah...

- A. 24 satuan²
- B. 28 satuan²
- C. 14 satuan²
- D. 12 satuan²

Kunci: C

Pembahasan: Cara kotak pembungkus: kotak dari $x = 1$ sampai 7 dan $y = 1$ sampai 6 berukuran $6 \times 5 = 30$.

Kurangi tiga segitiga siku-siku di luar PQR : $\frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 3$ (di bawah PQ), $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ (di kanan atas QR), dan $\frac{1}{2} \times 2 \times 5 = 5$ (di kiri PR).

Luas = $30 - 3 - 8 - 5 = 14$ satuan². (Pilihan 28 lupa membagi dua pada rumus tali sepatu.)

8. Bab 10 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Bilangan dua angka • 10-3-03

Jumlah kedua angka sebuah bilangan dua angka adalah 11. Jika kedua angkanya ditukar, bilangan baru 27 lebih besar daripada bilangan semula. Tentukan bilangan semula.

Jawaban: _____

Kunci: 47

Pembahasan: Misalkan angka puluhan a dan angka satuan b . Bilangan semula $10a + b$, bilangan tukaran $10b + a$.
 $a + b = 11$ dan $(10b + a) - (10a + b) = 27 \Rightarrow 9b - 9a = 27 \Rightarrow b - a = 3$.
 Jumlahkan: $2b = 14 \Rightarrow b = 7$, lalu $a = 4$. Bilangan semula **47**. Cek: $74 - 47 = 27 \checkmark$.

9. Bab 24 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Sudut depresi • 24-3-03

Dari puncak mercusuar setinggi 45 m di atas permukaan laut, penjaga melihat sebuah perahu nelayan dengan sudut depresi 30° . Berapa jarak perahu dari kaki mercusuar?

Jawaban: _____ m

Kunci: 77,94 m

Pembahasan: Sudut elevasi dari perahu ke puncak = 30° (sudut dalam berseberangan).

$$\tan 30^\circ = \frac{45}{x} \Rightarrow x = \frac{45}{\tan 30^\circ} = 45\sqrt{3} \approx 77,9 \text{ m.}$$

10. Bab 32 • Lv 3 • Pejuang • Isian • Pengisian tempat bersyarat • 32-3-03

Dari angka 1, 2, 3, 5, 7, 8 akan dibentuk bilangan 4 angka dengan angka-angka berbeda. Berapa banyak bilangan yang lebih dari 5.000?

Jawaban: _____ bilangan

Kunci: 180 bilangan

Pembahasan: Agar lebih dari 5.000, angka ribuan harus 5, 7, atau 8: 3 pilihan.

Tiga kotak sisanya diisi dari 5 angka yang tersisa tanpa berulang: $5 \times 4 \times 3 = 60$.

Total $3 \times 60 = 180$. (Bilangan 5.000 sendiri tidak dapat dibentuk, jadi tidak perlu dikurangi.)

11. Bab 3 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Membagi pecahan campuran • gaya IGCSE • 03-4-03

Hitung $2\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4}$. Berikan jawabanmu sebagai pecahan campuran dalam bentuk paling sederhana.

Jawaban: _____

Kunci: 1,3333

Pembahasan: Ubah ke pecahan biasa: $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ dan $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$.

Membagi = mengalikan dengan kebalikan: $\frac{7}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{28}{21} = \frac{4}{3}$.

$$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

12. Bab 3 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Persen balik PPN • gaya IGCSE • 03-4-02

Harga sebuah laptop adalah Rp7.215.000, **sudah termasuk** PPN 11%. **Hitung** harga laptop sebelum PPN (*reverse percentage*).

Jawaban: _____ rupiah

Kunci: $6,5 \times 10^6$ rupiah

Pembahasan: Harga dengan PPN = 111% harga sebelum PPN, atau dikali faktor 1,11.

Harga sebelum PPN = $7.215.000 : 1,11 = 6.500.000$ rupiah.

Cek: $11\% \times 6.500.000 = 715.000$ dan $6.500.000 + 715.000 = 7.215.000 \checkmark$.

Selesaikan $4(2x - 3) - 3(x - 5) = 23$.

Jawaban:

Kunci: 4

Pembahasan: Jabarkan kurung, hati-hati dengan tanda minus di depan kurung kedua: $8x - 12 - 3x + 15 = 23$.

Sederhanakan: $5x + 3 = 23 \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4$.

Cek: $4(5) - 3(-1) = 20 + 3 = 23 \checkmark$. Kesalahan yang sering muncul: menulis $-3(x - 5) = -3x - 15$.

Eksresi $x^2 + 6x + 2$ dapat ditulis dalam bentuk $(x + p)^2 + q$. **Tentukan** nilai q .

Jawaban:

Kunci: -7

Pembahasan: Separuh koefisien x : $p = 3$, dan $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

Agar sama dengan $x^2 + 6x + 2$, kurangi 7: $x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7$.

Jadi $p = 3$ dan $q = -7$. Bonus: nilai terkecil ekspresi ini -7 , dicapai saat $x = -3$.

Tuliskan $x^2 - 10x + 7$ dalam bentuk $(x - p)^2 + q$, lalu **tentukan** nilai q .

Jawaban:

Kunci: -18

Pembahasan: $x^2 - 10x + 7 = (x - 5)^2 - 25 + 7 = (x - 5)^2 - 18$.

Jadi $p = 5$ dan $q = -18$. Artinya grafik $y = x^2 - 10x + 7$ berpuncak di $(5, -18)$.

Sebuah mobil dibeli seharga Rp200 juta. Nilainya turun 15% setiap tahun (*depreciation*). **Hitung** nilai mobil setelah 3 tahun, dalam juta rupiah.

Jawaban: juta rupiah

Kunci: 122,825 juta rupiah

Pembahasan: Turun 15% berarti setiap tahun dikali $1 - 0,15 = 0,85$.

$200 \times 0,85^3 = 200 \times 0,614125 = 122,825$.

Nilainya ±Rp122,8 juta, bukan $200 - 3 \times 30 = 110$ juta, karena persentase penurunan dihitung dari nilai yang terus mengecil.

Perhatikan barisan 3, 8, 15, 24, 35, ...

Tunjukkan bahwa selisih kedua barisan ini tetap, lalu **tentukan** suku ke-20.

Jawaban:

Kunci: 440

Pembahasan: Selisih pertama: 5, 7, 9, 11. Selisih kedua: 2, 2, 2 (tetap), jadi rumusnya berderajat dua dengan koefisien n^2 sebesar $\frac{2}{2} = 1$.

Hitung $U_n - n^2$: $3 - 1 = 2$, $8 - 4 = 4$, $15 - 9 = 6$, yaitu $2n$. Jadi $U_n = n^2 + 2n = n(n + 2)$.

$U_{20} = 20 \times 22 = 440$.

18. Bab 18 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Koordinat • gaya IGCSE • 18-4-02

Titik P berkoordinat $(-3, 4)$ dan titik Q berkoordinat $(5, -2)$. **Hitung** panjang ruas garis PQ .

Jawaban: satuan

Kunci: 10 satuan

Pembahasan: $\Delta x = 5 - (-3) = 8$ dan $\Delta y = -2 - 4 = -6$.

$PQ = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$. Tanda negatif hilang karena dikuadratkan.

19. Bab 18 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Navigasi kapal • gaya IGCSE • 18-4-01

Sebuah kapal berlayar 7 km ke utara, lalu 24 km ke timur. **Hitung** jarak terpendek kapal dari titik awal.

Jawaban: km

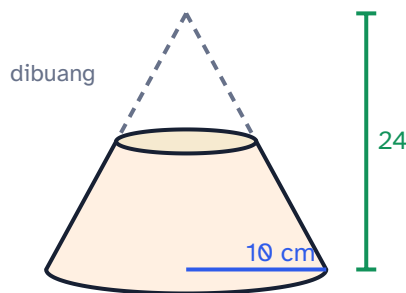
Kunci: 25 km

Pembahasan: Arah utara dan timur saling tegak lurus, jadi lintasan dan garis lurus ke titik awal membentuk segitiga siku-siku.

$d = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ km.

20. Bab 21 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Kerucut terpancung • gaya IGCSE • 21-4-03

Sebuah kerucut berjari-jari alas 10 cm dan tinggi 24 cm dipotong sejajar alasnya tepat di tengah tingginya. Kerucut kecil di bagian atas dibuang, dan sisanya dipakai sebagai pot bunga (lihat gambar). **Hitung** volume pot. Boleh dijawab dalam π .



Jawaban: cm^3

Kunci: $2.199,115 \text{ cm}^3$

Pembahasan: Kerucut besar: $\frac{1}{3}\pi \times 100 \times 24 = 800\pi \text{ cm}^3$.

Kerucut kecil: tinggi 12 cm dan jari-jari 5 cm ($k = \frac{1}{2}$), volumenya $800\pi \times (\frac{1}{2})^3 = 100\pi \text{ cm}^3$.

Pot = $800\pi - 100\pi = 700\pi \approx 2.199 \text{ cm}^3$.

21. Bab 21 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Melebur & mencetak ulang • gaya IGCSE • 21-4-02

Sebuah bola logam padat berjari-jari 6 cm dilebur, lalu seluruh logamnya dicetak menjadi kerucut-kerucut kecil yang berjari-jari alas 3 cm dan tinggi 4 cm. **Hitung** banyak kerucut yang dapat dibuat.

Jawaban: kerucut

Kunci: 24 kerucut

Pembahasan: Volume bola = $\frac{4}{3}\pi \times 216 = 288\pi \text{ cm}^3$.

Volume satu kerucut = $\frac{1}{3}\pi \times 9 \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3$.

Banyak kerucut = $288\pi : 12\pi = 24$.

22. Bab 24 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Menghitung sisi • gaya IGCSE • 24-4-01

Pada segitiga ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 7,2$ cm, dan $\angle ACB = 38^\circ$. **Hitung** panjang BC . Bulatkan sampai 3 angka penting.

Jawaban: cm

Kunci: 9,22 cm

Pembahasan: Dari sudut C : AB sisi depan, BC sisi samping. Pakai tangen (TANDESA):

$$\tan 38^\circ = \frac{7,2}{BC} \Rightarrow BC = \frac{7,2}{\tan 38^\circ} \approx \frac{7,2}{0,7813} \approx 9,22 \text{ cm.}$$

Cek wajar: sudut 38° kurang dari 45° , jadi sisi depan harus lebih pendek daripada sisi samping. ✓

23. Bab 31 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Simpangan baku • gaya IGCSE • 31-4-03

Massa 6 buah mangga (gram): 210, 230, 250, 240, 220, 290. **Hitung** simpangan baku massa mangga tersebut dengan pembagi n . Bulatkan sampai 2 tempat desimal.

Jawaban: gram

Kunci: 25,82 gram

Pembahasan: Rata-rata: $1440 : 6 = 240$ gram.

Simpangan: $-30, -10, 10, 0, -20, 50$. Kuadratnya: 900, 100, 100, 0, 400, 2500, jumlahnya 4000.

$$\sigma^2 = 4000 : 6 \approx 666,67, \text{ jadi } \sigma = \sqrt{666,67} \approx 25,82 \text{ gram.}$$

(Dengan pembagi $n - 1$ hasilnya $\sqrt{800} \approx 28,28$ gram; baca selalu konvensi yang diminta.)

24. Bab 31 • Lv 4 • IGCSE • Isian • Taksiran rata-rata data berkelompok • gaya IGCSE • 31-4-01

Tabel berikut menunjukkan tinggi badan 40 siswa.

Tinggi h (cm)	Frekuensi
$140 \leq h < 150$	6
$150 \leq h < 160$	14
$160 \leq h < 170$	15
$170 \leq h < 180$	5

Hitung taksiran rata-rata tinggi badan siswa.

Jawaban: cm

Kunci: 159,75 cm

Pembahasan: Titik tengah kelas: 145, 155, 165, 175.

$$\sum fx = 145(6) + 155(14) + 165(15) + 175(5) = 870 + 2170 + 2475 + 875 = 6390.$$

$$\text{Taksiran rata-rata} = 6390 : 40 = 159,75 \text{ cm.}$$

Disebut *taksiran* karena kita tidak tahu tinggi persis tiap siswa di dalam kelasnya.

Sebuah roda putar berwarna berhenti di merah dengan peluang 0,25, di biru dengan peluang 0,3, di hijau dengan peluang x , dan di kuning dengan peluang $2x$. Roda itu diputar 200 kali. **Hitung** berapa kali roda diperkirakan berhenti di kuning.

Jawaban: kali

Kunci: 60 kali

Pembahasan: $0,25 + 0,3 + x + 2x = 1 \Rightarrow 3x = 0,45 \Rightarrow x = 0,15$.

$P(\text{kuning}) = 2x = 0,3$.

Frekuensi harapan = $200 \times 0,3 = 60$ kali.

Kisi-kisi

No	Bab / materi	Indikator soal	Level kognitif	Bentuk	Kunci
1	Bab 38 · Diophantine dengan syarat positif	Peserta didik dapat memecahkan masalah non-rutin tentang diophantine dengan syarat positif (Bab 38: Teori Bilangan Olimpiade).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Pilihan ganda	A
2	Bab 4 · Petak kebun & tiang	Peserta didik dapat menganalisis secara kuantitatif petak kebun & tiang (Bab 4: Faktor, Kelipatan & Bilangan Prima).	L3 · Penalaran (Lv 5)	Isian	48 tiang
3	Bab 7 · Model keuntungan	Peserta didik dapat menganalisis secara kuantitatif model keuntungan (Bab 7: Bahasa Aljabar).	L3 · Penalaran (Lv 5)	Isian	450.000 rupiah
4	Bab 15 · Suku dari rumus jumlah	Peserta didik dapat menganalisis secara kuantitatif suku dari rumus jumlah (Bab 15: Barisan & Deret).	L3 · Penalaran (Lv 5)	Isian	59
5	Bab 35 · Induksi dengan kasus dasar lain	Peserta didik dapat menganalisis secara kuantitatif induksi dengan kasus dasar lain (Bab 35: Logika & Pembuktian).	L3 · Penalaran (Lv 5)	Isian	5
6	Bab 16 · Polinomial yang hampir identitas	Peserta didik dapat memodelkan dan menghitung polinomial yang hampir identitas (Bab 16: Polinomial).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Isian	9

7	Bab 17 · Bintang tujuh	Peserta didik dapat memodelkan dan menghitung bintang tujuh (Bab 17: Garis, Sudut & Segitiga).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Isian	540 °
8	Bab 18 · Menghitung tripel	Peserta didik dapat memodelkan dan menghitung menghitung tripel (Bab 18: Teorema Pythagoras).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Isian	4 segitiga
9	Bab 20 · Tiga lingkaran bersinggungan	Peserta didik dapat memodelkan dan menghitung tiga lingkaran bersinggungan (Bab 20: Lingkaran).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Isian	0,1613
10	Bab 20 · Lingkaran dalam	Peserta didik dapat memodelkan dan menghitung lingkaran dalam (Bab 20: Lingkaran).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Isian	6
11	Bab 32 · Tukar kado	Peserta didik dapat memodelkan dan menghitung tukar kado (Bab 32: Kaidah Pencacahan).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Isian	9 cara
12	Bab 39 · Invarian hasil kali	Peserta didik dapat memodelkan dan menghitung invarian hasil kali (Bab 39: Strategi Olimpiade: Kombinatorika & Ketaksamaan).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Isian	100
13	Bab 16 · Model volume kotak	Peserta didik dapat menganalisis dan mengevaluasi model volume kotak (Bab 16: Polinomial).	L3 · Penalaran (Lv 5)	Uraian	rubrik
14	Bab 18 · Tripel primitif tak hingga	Peserta didik dapat menurunkan dan menganalisis tripel primitif tak hingga (Bab 18: Teorema Pythagoras).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Uraian	rubrik

15	Bab 32 · Identitas Vandermonde	Peserta didik dapat menurunkan dan menganalisis identitas vandermonde (Bab 32: Kaidah Pencacahan).	L3 · Penalaran (Lv 6)	Uraian	rubrik
----	--------------------------------	--	-----------------------	--------	--------

Naskah soal dengan kunci & pembahasan

1. Bab 38 · Lv 6 · Olimpiade · Pilihan ganda · Diophantine dengan syarat positif · gaya olimpiade · 38-6-02

Banyak pasangan bilangan asli (x, y) yang memenuhi $7x + 11y = 2026$ adalah...

- A. 26
B. 25
C. 27
D. 28

Kunci: A

Pembahasan: Modulo 11: $2026 \equiv 2$, jadi $7x \equiv 2 \pmod{11}$. Invers 7 modulo 11 adalah 8 ($56 = 5 \cdot 11 + 1$), sehingga $x \equiv 16 \equiv 5 \pmod{11}$.

Tulis $x = 5 + 11t$; maka $11y = 2026 - 35 - 77t = 1991 - 77t$, jadi $y = 181 - 7t$.

Syarat $x \geq 1$: $t \geq 0$. Syarat $y \geq 1$: $7t \leq 180$, yaitu $t \leq 25$.

Jadi $t = 0, 1, \dots, 25$: ada **26** pasangan. (Pengecoh 25 lupa menghitung $t = 0$.)

2. Bab 4 · Lv 5 · IB DP · Isian · Petak kebun & tiang · gaya IB · 04-5-04

Sebidang kebun berbentuk persegi panjang $84 \text{ m} \times 60 \text{ m}$ akan dibagi menjadi petak-petak persegi yang sama besar dan seluas mungkin. Di setiap titik sudut petak (termasuk yang berada di tepi kebun) dipasang sebuah tiang. Berapa banyak tiang yang diperlukan?

Jawaban: tiang

Kunci: 48 tiang

Pembahasan: Sisi petak terbesar = $\text{FPB}(84, 60) = 12 \text{ m}$, jadi ada $84 : 12 = 7$ petak memanjang dan $60 : 12 = 5$ petak melebar.

Titik sudut petak membentuk kisi $(7 + 1) \times (5 + 1)$.

Banyak tiang = $8 \times 6 = 48$. Jebakan umum: menjawab $7 \times 5 = 35$, padahal itu banyak petak, bukan banyak tiang.

3. Bab 7 · Lv 5 · IB DP · Isian · Model keuntungan · gaya IB · 07-5-01

Kelas 8A memesan kaos untuk dijual saat pentas seni. Ada biaya desain Rp150.000 (dibayar sekali) dan biaya cetak Rp45.000 per kaos. Setiap kaos dijual Rp60.000, dan semua kaos yang dipesan terjual. Tuliskan keuntungan U sebagai ekspresi dalam n (banyak kaos), lalu hitung keuntungannya jika dipesan 40 kaos.

Jawaban: rupiah

Kunci: 450.000 rupiah

Pembahasan: $U = 60.000n - (150.000 + 45.000n) = 15.000n - 150.000$.

Untuk $n = 40$: $U = 600.000 - 150.000 = 450.000$. Keuntungannya Rp450.000.

Makna koefisien: setiap kaos menyumbang untung Rp15.000, dan biaya desain baru tertutup setelah $150.000 \div 15.000 = 10$ kaos.

4. Bab 15 • Lv 5 • IB DP • Isian • Suku dari rumus jumlah • gaya IB • 15-5-02

Jumlah n suku pertama suatu barisan adalah $S_n = 3n^2 + 2n$ untuk setiap bilangan asli n . Tentukan suku ke-10 barisan itu.

Jawaban:

Kunci: 59

Pembahasan: $U_{10} = S_{10} - S_9 = (300 + 20) - (243 + 18) = 320 - 261 = 59$.

Secara umum $U_n = 3n^2 + 2n - [3(n-1)^2 + 2(n-1)] = 6n - 1$, jadi barisannya aritmetika dengan $a = 5$ dan $b = 6$. Cek: $6 \times 10 - 1 = 59$. ✓

5. Bab 35 • Lv 5 • IB DP • Isian • Induksi dengan kasus dasar lain • gaya IB • 35-5-04

Pernyataan $2^n > n^2$ tidak benar untuk semua bilangan asli, tetapi benar untuk semua $n \geq N$ mulai dari suatu N . Tentukan nilai N **terkecil** sehingga $2^n > n^2$ benar untuk semua $n \geq N$.

Jawaban:

Kunci: 5

Pembahasan: $n = 1: 2 > 1$ ✓. $n = 2: 4 > 4$ ✗. $n = 3: 8 > 9$ ✗. $n = 4: 16 > 16$ ✗. $n = 5: 32 > 25$ ✓.

Langkah induktif untuk $k \geq 5: 2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 \geq k^2 + 3k > k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2$ (memakai $k \geq 3$).

Jadi $N = 5$. Nilai $N = 1$ tidak memenuhi karena $n = 2, 3, 4$ gagal.

6. Bab 16 • Lv 6 • Olimpiade • Isian • Polinomial yang hampir identitas • gaya olimpiade • 16-6-03

$P(x)$ adalah polinomial berderajat 3 dengan $P(1) = 1$, $P(2) = 2$, $P(3) = 3$, dan $P(4) = 5$. Tentukan $P(5)$.

Jawaban:

Kunci: 9

Pembahasan: Misalkan $Q(x) = P(x) - x$. Karena $Q(1) = Q(2) = Q(3) = 0$ dan Q berderajat 3, maka $Q(x) = c(x-1)(x-2)(x-3)$.

$Q(4) = P(4) - 4 = 1 = c \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, jadi $c = \frac{1}{6}$.

$P(5) = 5 + Q(5) = 5 + \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 5 + 4 = 9$.

Pelajarannya: tiga nilai yang "terlalu rapi" adalah petunjuk untuk mengurangi polinomial sederhana lalu memakai teorema faktor.

7. Bab 17 • Lv 6 • Olimpiade • Isian • Bintang tujuh • gaya olimpiade • 17-6-01

Sisi-sisi sebuah segi tujuh cembung diperpanjang sehingga terbentuk bintang bersudut tujuh: setiap ujung bintang dibentuk oleh perpanjangan dua sisi yang mengapit satu sisi segi tujuh. Berapa jumlah ketujuh sudut ujung bintang itu?

Jawaban: °

Kunci: 540 °

Pembahasan: Misalkan sudut luar segi tujuh di titik-titik sudutnya $e_1, e_2, \dots, e_7$, dengan $e_1 + \dots + e_7 = 360^\circ$.

Ujung bintang di atas sisi $V_i V_{i+1}$ adalah puncak segitiga yang sudut alasnya e_i dan e_{i+1} , jadi besarnya $180^\circ - e_i - e_{i+1}$.

Jumlah ketujuh ujung = $7 \times 180^\circ - 2(e_1 + \dots + e_7) = 1.260^\circ - 720^\circ = 540^\circ$.

Rumus umumnya $180^\circ(n-4)$; untuk $n = 5$ hasilnya 180° , cocok dengan bintang lima di bab ini.

Ada berapa banyak segitiga siku-siku berbeda dengan panjang sisi bilangan asli yang salah satu **kakinya** 12?

Jawaban: segitiga

Kunci: 4 segitiga

Pembahasan: $144 = (c - b)(c + b)$ dengan $c - b < c + b$. Karena $c - b$ dan $c + b$ berselisih $2b$ (genap), keduanya sama paritas; hasil kalinya genap, jadi keduanya genap.

Pasangan genap: $(2, 72), (4, 36), (6, 24), (8, 18)$. Pasangan $(12, 12)$ memberi $b = 0$, tidak sah.

Hasilnya: $(b, c) = (35, 37), (16, 20), (9, 15), (5, 13)$. Jadi ada **4** segitiga.

Tiga lingkaran berjari-jari 1 saling bersinggungan luar satu sama lain. Tentukan luas daerah kecil yang dikurung ketiga lingkaran itu (di antara ketiganya).

Jawaban:

Kunci: 0,1613

Pembahasan: Pusat-pusatnya membentuk segitiga sama sisi bersisi $1 + 1 = 2$, dengan luas $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \sqrt{3}$.

Di setiap pojok, segitiga memuat juring 60° dari satu lingkaran: luasnya $\frac{1}{6}\pi$. Tiga juring: $\frac{1}{2}\pi$.

Daerah yang dikurung $= \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \approx 1,7321 - 1,5708 = 0,1613$.

Sebuah segitiga siku-siku memiliki kaki 20 dan 21. Tentukan jari-jari lingkaran dalamnya (lingkaran yang menyinggung ketiga sisi).

Jawaban:

Kunci: 6

Pembahasan: Hipotenusa $= \sqrt{400 + 441} = 29$.

Di pojok siku-siku, kedua ruas singgung panjangnya r (membentuk persegi bersama pusat). Sisa kaki: $20 - r$ dan $21 - r$, dan ini adalah ruas-ruas singgung dari dua pojok lancip.

Ruas singgung pada hipotenusa juga $20 - r$ dan $21 - r$, jadi $(20 - r) + (21 - r) = 29 \Rightarrow r = 6$.

Rumus umum: $r = \frac{a+b-c}{2}$. (Cek dengan luas: $r \cdot s = \frac{70}{2} \cdot 6 = 210 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21$. ✓)

Empat sahabat masing-masing membawa satu kado, lalu kado-kado itu dibagikan ulang secara acak, satu kado per orang. Ada berapa cara pembagian sehingga **tidak ada** yang menerima kadonya sendiri?

Jawaban: cara

Kunci: 9 cara

Pembahasan: Semua pembagian: $4! = 24$. Misalkan A_i = orang ke- i menerima kadonya sendiri.

$\sum |A_i| = \binom{4}{1} 3! = 24$, $\sum |A_i \cap A_j| = \binom{4}{2} 2! = 12$, irisan tiga $\binom{4}{3} 1! = 4$, irisan empat 1.

Pembagian buruk: $24 - 12 + 4 - 1 = 15$. Pembagian baik: $24 - 15 = 9$.

Rumus umum (derangemen): $D_n = n! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \right)$.

12. Bab 39 • Lv 6 • Olimpiade • Isian • Invarian hasil kali • gaya olimpiade • 39-6-03

Di papan tertulis 100 bilangan: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$. Setiap langkah, dua bilangan a dan b dihapus lalu diganti dengan $a + b + ab$. Setelah 99 langkah tersisa satu bilangan. Berapakah bilangan itu?

Jawaban: _____

Kunci: 100

Pembahasan: Karena $(a + b + ab) + 1 = (a + 1)(b + 1)$, hasil kali semua $(x + 1)$ untuk bilangan x di papan tidak pernah berubah: **invarian**.

Nilai awalnya teleskopik: $(1 + 1) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{100}\right) = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdots \frac{101}{100} = 101$.

Bilangan terakhir x memenuhi $x + 1 = 101$, jadi $x = 100$, apa pun urutan langkahnya.

13. Bab 16 • Lv 5 • IB DP • Uraian • Model volume kotak • gaya IB • 16-5-01

Sebuah kotak terbuka dibuat dari karton $40 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ dengan memotong persegi bersisi $x \text{ cm}$ di keempat pojoknya.

(a) Tunjukkan bahwa volumenya $V(x) = 4x^3 - 130x^2 + 1000x$.

(b) Tentukan domain x yang masuk akal dan jelaskan alasannya.

(c) Hitung $V(4)$, $V(5)$, dan $V(6)$. Ukuran potongan mana yang terbaik di antara ketiganya?

(d) Jelaskan mengapa $V(x)$ mendekati 0 di kedua ujung domain.

Kunci/rubrik: (a) Alas $(40 - 2x)(25 - 2x) = 1000 - 130x + 4x^2$, tinggi x , jadi $V(x) = x(1000 - 130x + 4x^2) = 4x^3 - 130x^2 + 1000x$. [2]

(b) $0 < x < 12,5$: panjang potongan harus positif, dan lebar alas $25 - 2x$ harus positif. [2]

(c) $V(4) = 4 \cdot 32 \cdot 17 = 2.176$; $V(5) = 5 \cdot 30 \cdot 15 = 2.250$; $V(6) = 6 \cdot 28 \cdot 13 = 2.184 \text{ (cm}^3\text{)}$. Potongan 5 cm terbaik. [3]

(d) Saat $x \rightarrow 0$ kotaknya hampir tanpa tinggi; saat $x \rightarrow 12,5$ lebar alasnya hampir nol. Keduanya membuat volume mendekati 0. Ini juga tampak dari akar $V(x) = 0$ di $x = 0$ dan $x = 12,5$. [2]

Pembahasan: Dengan turunan (Bab 29) dapat dibuktikan bahwa $V'(x) = 12x^2 - 260x + 1000 = 4(3x - 50)(x - 5)$, sehingga volume maksimum tepat terjadi di $x = 5$ dengan $V = 2.250 \text{ cm}^3$. Nilai $V(4)$ dan $V(6)$ yang mengapit $V(5)$ sudah memberi petunjuk kuat.

14. Bab 18 • Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Tripel primitif tak hingga • gaya olimpiade • 18-6-04

Tripel Pythagoras (a, b, c) disebut primitif jika $\gcd(a, b, c) = 1$.

(a) Buktikan bahwa untuk bilangan asli $m > n$, bilangan $m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$ membentuk tripel Pythagoras.

(b) Buktikan bahwa jika $\gcd(m, n) = 1$ dan $m - n$ ganjil, tripel tersebut primitif.

(c) Simpulkan bahwa ada tak hingga banyak tripel Pythagoras primitif.

Kunci/rubrik: (a) $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = (m^2 + n^2)^2$. [1]

(b) Misalkan prima p membagi $m^2 - n^2$ dan $m^2 + n^2$. Maka p membagi jumlah $2m^2$ dan selisih $2n^2$. Karena $m - n$ ganjil, tepat satu dari m, n genap, sehingga $m^2 + n^2$ ganjil dan $p \neq 2$. Jadi $p \mid m^2$ dan $p \mid n^2$, sehingga $p \mid m$ dan $p \mid n$, bertentangan dengan $\gcd(m, n) = 1$. [3]

(c) Pasangan $(m, n) = (k + 1, k)$ untuk setiap $k \geq 1$ memenuhi syarat (b) dan menghasilkan sisi miring $2k^2 + 2k + 1$ yang berbeda-beda, jadi tripel primitif ada tak hingga banyaknya. [1]

Pembahasan: Bagian (b) memakai teknik standar olimpiade: misalkan ada faktor prima persekutuan, lalu turunkan kontradiksi. Contoh: $(2, 1) \rightarrow (3, 4, 5)$, $(3, 2) \rightarrow (5, 12, 13)$, $(4, 3) \rightarrow (7, 24, 25)$.

(a) Buktikan dengan argumen mencacah (tanpa menjabarkan rumus faktorial) bahwa untuk setiap bilangan asli n ,

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}.$$

(b) Periksa kebenarannya untuk $n = 4$.

Kunci/rubrik: (a) Ruas kanan menghitung banyak cara memilih n orang dari kelompok berisi n putra dan n putri. [1] Kelompokkan pilihan menurut banyak putri yang terpilih, misalnya k putri ($0 \leq k \leq n$): pilih k putri dalam $\binom{n}{k}$ cara dan $n - k$ putra dalam $\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$ cara, jadi ada $\binom{n}{k}^2$ cara. [2] Kasus-kasus untuk k yang berbeda tidak tumpang tindih dan mencakup semua pilihan, sehingga menurut aturan penjumlahan totalnya $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$. Kedua ruas menghitung hal yang sama, jadi sama. [2]

(b) $1^2 + 4^2 + 6^2 + 4^2 + 1^2 = 1 + 16 + 36 + 16 + 1 = 70 = \binom{8}{4}$. [1]

Pembahasan: Inilah teknik **hitung dua kali** (*double counting*): satu himpunan dihitung dengan dua cara berbeda, lalu kedua hasilnya disamakan. Kuncinya adalah sifat simetri $\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$.