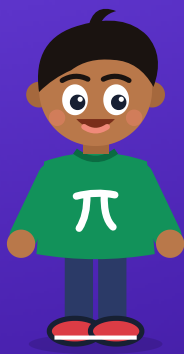


BANK SOAL • EDISI SISWA

Mathpedia

Matematika Itu Asyik!

936 soal asli dari Lv 1 Pemula sampai Lv 6 Olimpiade.



dr. Rachmat Hidayat, M.Sc, PhD

Editor: Abdullah Hanif Hidayat

Didukung oleh Aurumgen Academy

Tentang bank soal edisi siswa

Setiap bab berisi 24 soal yang tersusun seperti tangga: 4 soal untuk setiap level.

Level	Untuk siapa
Lv 1 • Pemula	SD–SMP awal
Lv 2 • Penjelajah	SMP (Fase D)
Lv 3 • Pejuang	SMA • TKA/UTBK
Lv 4 • IGCSE	gaya Cambridge IGCSE
Lv 5 • IB DP	gaya IB Mathematics
Lv 6 • Olimpiade	gaya OSN/IMO

Tulis jawaban di tempat yang disediakan. Kunci dan pembahasan ada di edisi guru dan di versi interaktif (jawaban langsung dinilai).

Mathpedia • Matematika Itu Asyik! Edisi 1 (2026).

Penulis: **dr. Rachmat Hidayat, M.Sc, PhD**

Editor: **Abdullah Hanif Hidayat**

Didukung oleh Aurumgen Academy.

© 2026 dr. Rachmat Hidayat, M.Sc, PhD. Hak cipta dilindungi undang-undang. Dokumen ini boleh dicetak dan diperbanyak untuk keperluan pembelajaran nonkomersial dengan tetap mencantumkan sumber.

Semua soal dan LKPD adalah karya asli. Label "gaya IGCSE", "gaya IB", dan "gaya olimpiade" menunjukkan tingkat dan format, bukan salinan soal resmi. Disusun selaras dengan Capaian Pembelajaran 2025 (Keputusan Kepala BSKAP No. 046/H/KR/2025) dan pendekatan Pembelajaran Mendalam.

Versi interaktif dengan komik bergerak, Rumus Hidup, Grafik Hidup, Lab Mini, Adu Cepat, dan latihan berskor: aurumgen.my.id/mathpedia

Daftar isi

BAGIAN A • BILANGAN

1	Matematika Ada di Mana-mana	5
2	Bilangan Bulat & Garis Bilangan	10
3	Pecahan, Desimal & Persen	14
4	Faktor, Kelipatan & Bilangan Prima	18
5	Rasio, Proporsi & Laju	22
6	Pangkat, Akar & Notasi Ilmiah	26

BAGIAN B • ALJABAR & FUNGSI

7	Bahasa Aljabar	30
8	Persamaan & Pertidaksamaan Linear	34
9	Garis Lurus & Fungsi Linear	38
10	Sistem Persamaan Linear	42
11	Persamaan Kuadrat	46
12	Fungsi Kuadrat & Parabola	51
13	Fungsi: Komposisi, Invers & Transformasi	55
14	Eksponen & Logaritma	59
15	Barisan & Deret	63
16	Polinomial	67

BAGIAN C • GEOMETRI & PENGUKURAN

17	Garis, Sudut & Segitiga	71
18	Teorema Pythagoras	76
19	Keliling & Luas Bangun Datar	80
20	Lingkaran	85
21	Bangun Ruang: Luas Permukaan & Volume	89

22	Kesebangunan & Transformasi Geometri	94
23	Geometri Koordinat & Vektor	99
BAGIAN D • TRIGONOMETRI		
24	Trigonometri Segitiga Siku-siku	104
25	Aturan Sinus, Kosinus & Luas Segitiga	108
26	Fungsi & Identitas Trigonometri	112
BAGIAN E • KALKULUS		
27	Limit: Seni Mendekati	116
28	Turunan: Laju Perubahan	121
29	Aplikasi Turunan: Optimasi & Grafik	125
30	Integral: Menjumlahkan yang Tak Terhingga	130
BAGIAN F • DATA & PELUANG		
31	Statistika: Bercerita dengan Data	136
32	Kaidah Pencacahan	141
33	Peluang	145
34	Distribusi Peluang: Binomial & Normal	149
BAGIAN G • MATEMATIKA LANJUT & OLIMPIADE		
35	Logika & Pembuktian	154
36	Matriks	159
37	Bilangan Kompleks	164
38	Teori Bilangan Olimpiade	168
39	Strategi Olimpiade: Kombinatorika & Ketaksamaan	172

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pola berulang • 01-1-01

Selemba kain batik memiliki motif yang berulang dengan urutan: kawung, parang, truntum, kawung, parang, truntum, ... Motif ke-10 adalah...

- A. kawung
B. parang
C. truntum
D. mega mendung

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pola tambah tetap • 01-1-02

Bilangan berikutnya dari barisan 3, 7, 11, 15, ... adalah...

- A. 18
B. 19
C. 20
D. 21

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Bilangan segitiga • 01-1-03

Kelereng disusun membentuk segitiga. Susunan ke-1, ke-2, ke-3, dan ke-4 berisi 1, 3, 6, dan 10 kelereng (baris-barisnya berisi 1, 2, 3, ... kelereng). Berapa banyak kelereng pada susunan ke-5?

Jawaban: kelereng

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Bilangan Fibonacci • 01-1-04

Barisan Fibonacci dimulai 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... dan setiap suku adalah jumlah dua suku sebelumnya. Manakah yang merupakan bilangan Fibonacci?

- A. 12
B. 20
C. 34
D. 40

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Jumlah bilangan ganjil • 01-2-01

Hitunglah $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Pola batang korek api • 01-2-02

Dimas menyusun persegi-persegi berjajar dari batang korek api (lihat gambar). 1 persegi butuh 4 batang, 2 persegi butuh 7 batang, dan 3 persegi butuh 10 batang. Berapa batang yang dibutuhkan untuk 20 persegi berjajar?



Jawaban: batang

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Langkah Polya • 01-2-03

Ayu mendapat jawaban 45 untuk sebuah soal jabat tangan. Ia lalu menghitung ulang dengan cara yang berbeda dan mendapat 45 juga. Dalam empat langkah Polya, Ayu sedang...

- | | |
|---------------------|-------------------------|
| A. memahami masalah | C. melaksanakan rencana |
| B. menyusun rencana | D. memeriksa kembali |

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Pola selisih bertambah • 01-2-04

Bilangan berikutnya dari barisan 1, 2, 4, 7, 11, 16, ... adalah...

- | | |
|-------|-------|
| A. 22 | C. 32 |
| B. 21 | D. 20 |

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Jabat tangan • 01-3-01

Dalam rapat RT, setiap warga yang hadir berjabat tangan tepat satu kali dengan setiap warga lain yang hadir. Tercatat ada 66 jabat tangan. Berapa warga yang hadir?

Jawaban: orang

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Tangga Fibonacci • 01-3-02

Dimas menaiki tangga dengan 9 anak tangga. Sekali melangkah ia boleh naik 1 atau 2 anak tangga. Sayangnya, anak tangga ke-5 rusak sehingga tidak boleh diinjak. Ada berapa cara berbeda bagi Dimas untuk sampai di anak tangga ke-9?

Jawaban: cara

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Jumlah bilangan genap • 01-3-03

Nilai $2 + 4 + 6 + \dots + 100$ adalah...

- | | |
|----------|----------|
| A. 2.500 | C. 2.600 |
| B. 5.050 | D. 2.550 |

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Pola sarang lebah • 01-3-04

Sel sarang lebah tumbuh berlapis. Pola ke-1 adalah 1 sel. Pola ke-2 adalah sel itu dikelilingi cincin 6 sel (total 7). Pola ke-3 menambah cincin berikutnya (total 19), lalu 37, dan seterusnya. Berapa banyak sel pada pola ke-6?

Jawaban: sel

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

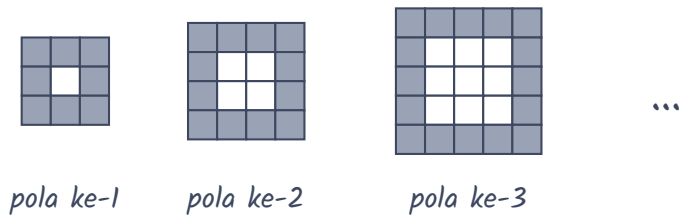
13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Suku ke- n • gaya IGCSE • 01-4-01

Diketahui barisan bilangan 5, 9, 13, 17, ... **Tentukan** rumus suku ke- n (n th term), lalu **hitung** suku ke-50.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Pola ubin berbingkai • gaya IGCSE • 01-4-02

Pola ke- n terdiri atas persegi $n \times n$ ubin putih yang dikelilingi bingkai ubin abu-abu selebar satu ubin (lihat gambar). Pola ke-1, ke-2, dan ke-3 memakai 8, 12, dan 16 ubin abu-abu. Banyak ubin abu-abu pola ke- n adalah $4n + 4$. **Hitung** nomor pola yang memakai tepat 100 ubin abu-abu.



Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Rumus suku ke- n • gaya IGCSE • 01-4-03

Rumus suku ke- n untuk barisan 2, 6, 12, 20, 30, ... adalah...

- A. $2n^2$

B. $4n - 2$

C. $n(n + 1)$

D. $n^2 + 1$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Bilangan segitiga berurutan • gaya IGCSE • 01-4-04

Bilangan segitiga ke- n adalah $T_n = \frac{n(n + 1)}{2}$.

- (a) **Tunjukkan** secara aljabar bahwa $T_n + T_{n+1} = (n + 1)^2$.
- (b) **Gunakan** hasil (a) untuk menghitung $T_{20} + T_{21}$ tanpa menghitung T_{20} dan T_{21} satu per satu.
- (c) **Jelaskan** dengan gambar susunan titik mengapa hasil (a) masuk akal.

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Rasio Fibonacci menuju rasio emas • gaya IB • 01-5-01

Barisan Fibonacci didefinisikan dengan $F_1 = F_2 = 1$ dan $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$. Misalkan $r_n = \frac{F_{n+1}}{F_n}$.

(a) Hitung $r_1, r_2, \dots, r_8$ dalam bentuk desimal (4 angka di belakang koma) dan jelaskan perilakunya.

(b) Tunjukkan bahwa $r_{n+1} = 1 + \frac{1}{r_n}$.

(c) Misalkan r_n mendekati suatu limit L untuk n besar. Tunjukkan bahwa $L^2 = L + 1$, lalu tentukan nilai eksak L .

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Tabungan berpolo • gaya IB • 01-5-02

Ayu menabung setiap hari: Rp1.000 pada hari ke-1, Rp2.000 pada hari ke-2, Rp3.000 pada hari ke-3, dan seterusnya (setiap hari bertambah Rp1.000). Tentukan nomor hari ketika total tabungannya **pertama kali** melebihi Rp1.000.000.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Sudut emas • gaya IB • 01-5-03

Pada bunga matahari, setiap biji baru tumbuh dengan berputar sebesar sudut emas $\theta = 360^\circ \left(1 - \frac{1}{\varphi}\right)$ dari biji sebelumnya, dengan $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Nilai θ yang paling dekat adalah...

A. $120,0^\circ$ C. $135,0^\circ$ B. $137,5^\circ$ D. $222,5^\circ$

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Daerah dalam lingkaran • gaya IB • 01-5-04

Sebanyak n titik diletakkan pada lingkaran, lalu setiap dua titik dihubungkan dengan tali busur. Titik-titiknya dipilih sehingga tidak ada tiga tali busur yang melalui satu titik di dalam lingkaran. Banyak daerah yang terbentuk adalah $R(n) = \binom{n}{4} + \binom{n}{2} + 1$. (Untuk $n = 1, 2, 3, 4, 5$ hasilnya 1, 2, 4, 8, 16.) Hitung $R(8)$.

Jawaban: daerah

21. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Uji bilangan segitiga • gaya olimpiade • 01-6-01

Bilangan segitiga adalah bilangan berbentuk $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ untuk bilangan asli n .

- (a) Buktikan bahwa $8T_n + 1$ selalu bilangan kuadrat sempurna.
 (b) Buktikan kebalikannya: jika m bilangan asli dan $8m + 1$ kuadrat sempurna, maka m bilangan segitiga.
 (c) Apakah 2026 bilangan segitiga? Jelaskan.

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Segitiga bilangan • gaya olimpiade • 01-6-02

Bilangan asli disusun dalam baris-baris:

baris 1: 1

baris 2: 2, 3

baris 3: 4, 5, 6

baris 4: 7, 8, 9, 10

dan seterusnya (baris ke- k berisi k bilangan). Di baris ke berapa bilangan 2026 berada?

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Lampu hias Fibonacci • gaya olimpiade • 01-6-03

Menjelang 17 Agustus, 10 lampu hias dipasang berjajar di pagar. Setiap lampu boleh menyala atau padam, tetapi panitia membuat aturan: **tidak boleh ada dua lampu bersebelahan yang sama-sama menyala**. Berapa banyak pola nyala-padam yang mungkin? (Pola semua lampu padam juga dihitung.)

Jawaban: pola

24. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Invarian paritas • gaya olimpiade • 01-6-04

Di papan tulis tertulis bilangan 1, 2, 3, ..., 2026. Dalam setiap langkah, Ancil menghapus dua bilangan sembarang a dan b , lalu menuliskan selisihnya $|a - b|$. Setelah 2025 langkah, tersisa satu bilangan. Pernyataan yang **pasti** benar tentang bilangan terakhir itu adalah...

- A. bilangan itu ganjil
 B. bilangan itu genap
 C. bilangan itu 0
 D. bisa ganjil atau genap, bergantung pada urutan langkah

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Bilangan negatif • 02-1-01

Pada suatu subuh di Dataran Tinggi Dieng, suhu udara 3 derajat Celsius **di bawah nol**. Bilangan yang tepat untuk menyatakan suhu itu adalah...

- A. 3 °C
B. 0 °C
C. -3 °C
D. -30 °C

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mengurutkan bilangan bulat • 02-1-02

Urutan bilangan -5, 3, -1, 0, -8 dari yang **terkecil** adalah...

- A. -1, -5, -8, 0, 3
B. -8, -5, -1, 0, 3
C. 0, -1, 3, -5, -8
D. 3, 0, -1, -5, -8

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Lompat di garis bilangan • 02-1-03

Seekor katak berada di titik -4 pada garis bilangan, lalu melompat 7 satuan ke kanan. Di titik berapa katak itu sekarang?

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Lawan bilangan • 02-1-04

Lawan dari -9 adalah...

- A. -9
B. $-\frac{1}{9}$
C. 0
D. 9

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Penjumlahan & pengurangan • 02-2-01

Hitunglah $-15 + 8 - (-6)$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Aturan tanda • 02-2-02

Hasil dari $(-6) \times 4 : (-3)$ adalah...

- A. 8
B. -8
C. 72
D. -2

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Selisih suhu • 02-2-03

Es krim disimpan di dalam ruang pembeku (*freezer*) bersuhu -18 °C, sedangkan suhu di dalam warung 30 °C. Berapa derajat selisih suhu keduanya?

Jawaban: °C

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Kedalaman laut • 02-2-04

Sebuah kapal selam berada 250 m di bawah permukaan laut. Kapal itu naik 90 m, lalu turun lagi 140 m. Tuliskan posisi akhirnya sebagai bilangan bulat (permukaan laut = 0, di bawah permukaan = negatif).

Jawaban: m

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Urutan operasi • 02-3-01

Hitunglah $18 - 4 \times (-3)^2 : 6 + (-7)$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Titik tengah • 02-3-02

Pada garis bilangan, titik P berada di -7 dan titik Q di 5 . Titik R terletak tepat di tengah-tengah P dan Q . Di bilangan berapa R berada?

- A. 6
B. -6
C. 1
D. -1

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Lift tanpa lantai nol • 02-3-03

Di sebuah gedung, urutan lantai dari bawah adalah B3, B2, B1, 1, 2, 3, 4, ... (tidak ada lantai 0). Ayu naik lift dari lantai B3 ke lantai 4. Berapa lantai yang ia naiki?

- A. 7
B. 6
C. 1
D. 8

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Jumlah bilangan bulat berurutan • 02-3-04

Hitunglah $-30 + (-29) + (-28) + \dots + 33 + 34$, yaitu jumlah semua bilangan bulat dari -30 sampai 34 .

Jawaban:

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Membaca tabel suhu • gaya IGCSE • 02-4-01

Tabel berikut menunjukkan suhu terendah yang tercatat di lima tempat pada suatu pagi.

Tempat	Suhu ($^{\circ}\text{C}$)
Dieng	-2
Wamena	9
Puncak Jaya	-6
Ruteng	12
Jakarta	25

Hitung selisih suhu antara tempat terhangat dan tempat terdingin.

Jawaban: $^{\circ}\text{C}$

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Pangkat & pembagian • gaya IGCSE • 02-4-02

Hitung nilai dari $\frac{(-3)^3 - (-5)^2}{-4}$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Sifat operasi • gaya IGCSE • 02-4-03

Manakah pernyataan yang **selalu** benar untuk semua bilangan bulat a dan b ?

A. $a - b = b - a$

C. $a \times (b + 1) = a \times b + a$

B. $|a + b| = |a| + |b|$

D. $(a - b) - 1 = a - (b - 1)$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Kas kelas • gaya IGCSE • 02-4-04

Bendahara kelas mencatat perubahan kas (dalam ribu rupiah) selama lima minggu:

Minggu	1	2	3	4	5
Perubahan	+45	-30	-28	+16	-9

Kas awal adalah 10 ribu rupiah.

(a) **Hitung** kas pada akhir minggu ke-5.

(b) **Tentukan** pada akhir minggu ke berapa kas paling sedikit, lalu **jelaskan** arti nilainya.

(c) **Tunjukkan** bahwa jika urutan kelima perubahan itu diacak, kas akhir tetap sama, tetapi kas paling sedikit bisa berbeda.

Lv 5 • IB DP • gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Model suhu & ketinggian • gaya IB • 02-5-01

Suhu udara turun kira-kira 6°C setiap naik 1.000 m. Suatu pagi, suhu di pantai (ketinggian 0 m) adalah 30°C . Dengan model ini, suhu pada ketinggian h meter adalah $T = 30 - \frac{6h}{1000}$.

Tentukan ketinggian (dalam meter) ketika suhu menurut model mencapai -3°C .

Jawaban: m

18. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Pertidaksamaan nilai mutlak • gaya IB • 02-5-02

Banyak bilangan bulat x yang memenuhi $|x - 3| \leq 5$ adalah...

A. 10

C. 5

B. 11

D. 8

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Pendinginan • gaya IB • 02-5-03

Ruang pendingin ikan di sebuah pelabuhan perikanan mula-mula bersuhu 22°C . Setelah mesin dinyalakan, suhunya turun 4°C setiap jam. Setelah berapa jam suhunya **pertama kali berada di bawah** -10°C ?

Jawaban: jam

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Jumlah bilangan bulat berurutan • gaya IB • 02-5-04

Misalkan $S(m, n)$ adalah jumlah semua bilangan bulat dari m sampai n , dengan $m \leq n$.

(a) Tunjukkan bahwa $S(-k, k) = 0$ untuk setiap bilangan asli k .

(b) Hitung $S(-12, 20)$.

(c) Buktikan bahwa jika jumlah p bilangan bulat berurutan sama dengan 0, maka p ganjil.

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Paritas • gaya olimpiade • 02-6-01

Di depan setiap bilangan $1, 2, 3, \dots, 2026$ diberi tanda $+$ atau $-$, lalu semuanya dijumlahkan.

(a) Buktikan bahwa hasilnya tidak mungkin 0.

(b) Tentukan hasil tak negatif terkecil yang mungkin, dan tunjukkan satu susunan tanda yang menghasilkannya.

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Katak pelompat • gaya olimpiade • 02-6-02

Ancil si Kancil mulai di titik 0 pada garis bilangan. Lompatan ke-1 sejauh 1 satuan, lompatan ke-2 sejauh 2 satuan, lompatan ke-3 sejauh 3 satuan, dan seterusnya. Setiap kali, ia boleh memilih melompat ke kanan atau ke kiri. Berapa lompatan **paling sedikit** yang dibutuhkan agar ia mendarat tepat di titik 12?

Jawaban: lompatan

23. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Jumlah jarak minimum • gaya olimpiade • 02-6-03

Untuk bilangan real x , nilai terkecil dari $|x - 1| + |x - 2| + |x - 3| + \dots + |x - 9|$ adalah...

A. 20

C. 25

B. 45

D. 0

24. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Invarian • gaya olimpiade • 02-6-04

Di papan tulis tertulis 12 bilangan: $-5, -4, -3, \dots, 5, 6$. Setiap langkah, Ancil menghapus dua bilangan sembarang a dan b , lalu menulis $a - b$ sebagai gantinya. Setelah 11 langkah tersisa satu bilangan. Pernyataan yang **pasti** benar tentang bilangan terakhir itu adalah...

A. selalu 0

C. selalu negatif

B. selalu ganjil

D. selalu genap

03 Pecahan, Desimal & Persen

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Makna pecahan • 03-1-01

Sebuah martabak dipotong menjadi 8 potong sama besar. Dimas memakan 3 potong. Bagian martabak yang dimakan Dimas adalah...

- A. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{5}{8}$
B. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{5}$

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pecahan senilai • 03-1-02

Pecahan yang senilai dengan $\frac{2}{3}$ adalah...

- A. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{8}{12}$
B. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{6}$

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Pecahan dari bilangan • 03-1-03

Kelas 7B berisi 40 siswa. Sebanyak $\frac{3}{8}$ dari mereka ikut pramuka. Berapa siswa yang ikut pramuka?

Jawaban: siswa

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Membandingkan • 03-1-04

Manakah bilangan yang paling besar?

- A. 0,5 C. 45%
B. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Menjumlahkan pecahan • 03-2-01

Hitunglah $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$. Tulis jawabanmu sebagai pecahan.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Diskon • 03-2-02

Harga sebuah tas Rp150.000. Toko memberi diskon 20%. Berapa rupiah yang harus dibayar?

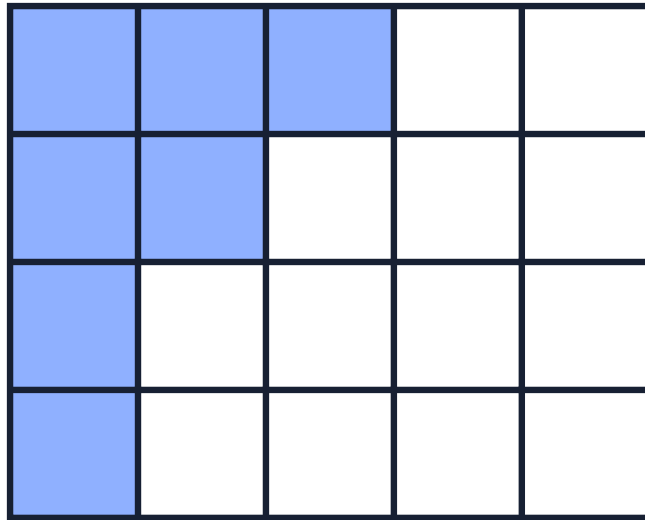
Jawaban: rupiah

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Pecahan ke desimal • 03-2-03

Bentuk desimal dari $\frac{5}{8}$ adalah...

- A. 0,625 C. 0,85
B. 0,58 D. 1,6

Persegi panjang di bawah dibagi menjadi kotak-kotak yang sama besar. Berapa persen bagian yang diarsir?



Jawaban: %

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Persen balik • 03-3-01

Setelah didiskon 25%, harga sepasang sepatu menjadi Rp240.000. Berapa harga sepatu sebelum diskon?

Jawaban: rupiah

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Diskon bertingkat • 03-3-02

Sebuah toko memberi diskon 40%, lalu diskon tambahan 25% dari harga setelah diskon pertama. Kedua diskon itu setara dengan satu kali diskon sebesar...

- | | |
|--------|--------|
| A. 65% | C. 45% |
| B. 60% | D. 55% |

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Desimal berulang • 03-3-03

Bilangan $0,\overline{36} = 0,363636 \dots$ dapat ditulis sebagai pecahan $\frac{a}{b}$ dalam bentuk paling sederhana. Tentukan $a + b$.

Jawaban:

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Pecahan dari sisa • 03-3-04

Ayu memakai $\frac{1}{3}$ uang sakunya untuk membeli buku dan $\frac{1}{4}$ dari **sisanya** untuk jajan. Sisa uangnya, Rp30.000, ia tabung. Berapa uang saku Ayu mula-mula?

Jawaban: rupiah

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Persentase penurunan • gaya IGCSE • 03-4-01

Harga sebuah sepeda motor bekas turun dari Rp18.000.000 menjadi Rp15.300.000. **Hitung** persentase penurunannya (*percentage decrease*).

Jawaban: %

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Persen balik PPN • gaya IGCSE • 03-4-02

Harga sebuah laptop adalah Rp7.215.000, **sudah termasuk** PPN 11%. **Hitung** harga laptop sebelum PPN (*reverse percentage*).

Jawaban: rupiah

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Membagi pecahan campuran • gaya IGCSE • 03-4-03

Hitung $2\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4}$. Berikan jawabanmu sebagai pecahan campuran dalam bentuk paling sederhana.

Jawaban:

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Desimal berhenti atau berulang • gaya IGCSE • 03-4-04

(a) **Tunjukkan** bahwa $0,1\overline{6} = \frac{1}{6}$.

(b) Tanpa membagi bersusun, **jelaskan** mengapa $\frac{7}{40}$ merupakan desimal berhenti, lalu **tuliskan** bentuk desimalnya.

(c) Dimas berkata, " $\frac{21}{56}$ pasti desimal berulang karena 56 habis dibagi 7." **Tentukan** apakah Dimas benar dan berikan alasanmu.

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Bunga majemuk • gaya IB • 03-5-01

Ayu menabung Rp5.000.000 di bank dengan bunga majemuk 4% per tahun dan tidak pernah mengambilnya. Tentukan saldo tabungannya setelah 3 tahun.

Jawaban: rupiah

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Penyusutan • gaya IB • 03-5-02

Nilai sebuah sepeda motor menyusut 12% setiap tahun dari nilai tahun sebelumnya. Setelah berapa tahun (bilangan bulat) nilainya **pertama kali** kurang dari setengah nilai awal?

Jawaban: tahun

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Perubahan berturut-turut • gaya IB • 03-5-03

Harga sebuah barang naik 10% pada tahun pertama dan naik 10% lagi pada tahun kedua. Kenaikan total selama dua tahun adalah...

- | | |
|--------|---------|
| A. 21% | C. 10% |
| B. 20% | D. 121% |

Sebuah toko daring menawarkan dua kupon untuk barang seharga x rupiah. Pembeli hanya boleh memakai salah satu:

- Kupon A: potongan langsung Rp50.000.
- Kupon B: diskon 15%.

(a) Tuliskan harga setelah memakai kupon A, $f(x)$, dan setelah memakai kupon B, $g(x)$.

(b) Tentukan harga barang x yang membuat kedua kupon sama untungnya.

(c) Untuk barang seharga Rp250.000 dan Rp500.000, kupon mana yang sebaiknya dipakai? Jelaskan dengan merujuk jawaban (b).

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Jumlah teleskop • gaya olimpiade • 03-6-01

Hitunglah $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Pecahan Mesir • gaya olimpiade • 03-6-02

Ada berapa pasangan bilangan asli (a, b) dengan $a < b$ yang memenuhi $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{6}$?

- | | |
|------|------|
| A. 2 | C. 4 |
| B. 3 | D. 9 |

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Digit desimal berulang • gaya olimpiade • 03-6-03

Angka berapakah yang menempati tempat ke-2026 di belakang koma pada bentuk desimal $\frac{1}{7}$?

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Mediant • gaya olimpiade • 03-6-04

Misalkan a, b, c, d bilangan asli dan $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$.

(a) Buktikan bahwa $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

(b) Gunakan (a) untuk menemukan sebuah pecahan di antara $\frac{3}{5}$ dan $\frac{2}{3}$.

(c) Tunjukkan bahwa tidak ada pecahan berpenyebut kurang dari 8 yang terletak (tegas) di antara $\frac{3}{5}$ dan $\frac{2}{3}$.

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Bilangan prima • 04-1-01

Manakah bilangan berikut yang merupakan bilangan prima?

- A. 1 C. 21
B. 9 D. 23

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Banyak faktor • 04-1-02

Berapa banyak faktor dari 12?

Jawaban: faktor

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kelipatan • 04-1-03

Kelipatan 7 yang terletak di antara 30 dan 40 adalah...

- A. 32 C. 36
B. 35 D. 38

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Faktorisasi prima • 04-1-04

Faktorisasi prima dari 24 adalah...

- A. $2^3 \times 3$ C. 4×6
B. 2×12 D. $2^2 \times 3^2$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Jumlah bilangan prima • 04-2-01

Tentukan jumlah semua bilangan prima yang terletak di antara 20 dan 40.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • KPK • lampu kedip • 04-2-02

Lampu hias di gapura kampung berkedip setiap 9 detik, sedangkan lampu di tiang bendera berkedip setiap 12 detik. Tepat pukul 19.00.00 keduanya berkedip bersamaan. Setelah berapa detik keduanya berkedip bersamaan lagi untuk pertama kalinya?

Jawaban: detik

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Ciri habis dibagi 9 • 04-2-03

Bilangan empat angka $4\square52$ habis dibagi 9. Angka yang tepat untuk mengisi $\square$ adalah...

- A. 0 C. 7
B. 3 D. 9

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • FPB • membagi rata • 04-2-04

Dimas punya 18 kelereng merah dan 24 kelereng biru. Ia ingin memasukkan semuanya ke kantong-kantong kecil sebanyak mungkin, sehingga setiap kantong berisi kelereng merah yang sama banyak dan kelereng biru yang sama banyak. Berapa kantong yang ia perlukan?

Jawaban: kantong

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • FPB • regu pramuka • 04-3-01

Dalam sebuah perkemahan, 84 anggota pramuka putra dan 108 anggota pramuka putri dibagi ke dalam regu campuran sebanyak-banyaknya. Setiap regu memiliki banyak anggota putra yang sama dan banyak anggota putri yang sama. Berapa orang anggota setiap regu?

Jawaban: orang

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • KPK tiga bilangan • 04-3-02

Tiga lampu menara berkedip setiap 15 detik, 20 detik, dan 25 detik. Tepat pukul 20.00.00 ketiganya berkedip bersamaan. Berapa kali ketiganya berkedip bersamaan sesudah pukul 20.00.00 sampai pukul 21.00.00 (pukul 21.00.00 ikut dihitung)?

Jawaban: kali

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Banyak faktor • 04-3-03

Berapa banyak faktor positif dari 720?

Jawaban: faktor

12. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • FPB × KPK • 04-3-04

Dua bilangan memiliki FPB 6 dan KPK 180. Jika salah satu bilangan adalah 36, bilangan yang lain adalah...

- | | |
|-------|----------|
| A. 30 | C. 216 |
| B. 5 | D. 6.480 |

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Faktorisasi, FPB & kuadrat sempurna • gaya IGCSE • 04-4-01

- (a) **Tuliskan** 504 sebagai hasil kali faktor-faktor prima dalam bentuk pangkat.
 (b) Diketahui $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$. **Tentukan** FPB dari 504 dan 540 (*highest common factor*).
 (c) **Tentukan** bilangan bulat positif terkecil k sehingga $504k$ merupakan bilangan kuadrat sempurna (*perfect square*).
-
-

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • KPK lewat faktorisasi • gaya IGCSE • 04-4-02

Diketahui $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ dan $90 = 2 \times 3^2 \times 5$. **Hitung** KPK dari 84 dan 90 (*lowest common multiple*).

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Jadwal kereta • gaya IGCSE • 04-4-03

Di sebuah stasiun, kereta jurusan A berangkat setiap 12 menit, jurusan B setiap 15 menit, dan jurusan C setiap 20 menit. Ketiganya berangkat bersamaan pukul 06.00. **Tentukan** berapa kali ketiga kereta berangkat bersamaan dari pukul 06.00 sampai pukul 12.00 (kedua waktu itu ikut dihitung).

Jawaban: kali

16. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Mengenali faktor • gaya IGCSE • 04-4-04

Diketahui $N = 2^3 \times 3^2 \times 5$. Manakah yang **bukan** faktor dari N ?

- A. 18
- B. 40
- C. 45
- D. 27

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Roda gigi & KPK • gaya IB • 04-5-01

Dua roda gigi saling bersinggungan. Roda A memiliki 36 gigi dan roda B memiliki 84 gigi. Sepasang gigi yang sedang bersentuhan diberi tanda merah.

- (a) Setelah roda A berputar berapa kali, kedua tanda merah bersentuhan lagi untuk pertama kalinya?
- (b) Berapa kali roda B berputar pada saat itu?
- (c) Roda A diganti dengan roda 37 gigi. Tentukan jawaban (a) dan (b) yang baru, lalu jelaskan mengapa perancang mesin menyukai banyak gigi yang relatif prima.

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Bilangan dengan 12 faktor • gaya IB • 04-5-02

Tentukan bilangan asli terkecil yang memiliki tepat 12 faktor positif.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Pangkat dalam FPB & KPK • gaya IB • 04-5-03

Diketahui $a = 2^3 \times 3^m \times 5$ dan $b = 2^n \times 3^2 \times 7$ untuk bilangan cacah m dan n . Jika $\text{FPB}(a, b) = 12$ dan $\text{KPK}(a, b) = 2.520$, nilai $m + n$ adalah...

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Petak kebun & tiang • gaya IB • 04-5-04

Sebidang kebun berbentuk persegi panjang $84 \text{ m} \times 60 \text{ m}$ akan dibagi menjadi petak-petak persegi yang sama besar dan seluas mungkin. Di setiap titik sudut petak (termasuk yang berada di tepi kebun) dipasang sebuah tiang. Berapa banyak tiang yang diperlukan?

Jawaban: tiang

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Tepat tiga faktor • gaya olimpiade • 04-6-01

Banyak bilangan asli $n \leq 100$ yang memiliki tepat 3 faktor positif adalah...

- A. 10
- B. 4
- C. 25
- D. 3

22. Lv 6 · Olimpiade · Isian · Angka satuan · gaya olimpiade · 04-6-02

Tentukan angka satuan dari $1! + 2! + 3! + \cdots + 2026!$. (Ingat: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$.)

Jawaban:

23. Lv 6 · Olimpiade · Uraian · FPB bentuk aljabar · gaya olimpiade · 04-6-03

(a) Buktikan bahwa untuk setiap bilangan asli n , $\text{FPB}(5n + 3, 3n + 2) = 1$.

(b) Tentukan semua bilangan asli n sehingga pecahan $\frac{n+7}{n+2}$ dapat disederhanakan.

24. Lv 6 · Olimpiade · Uraian · Prima berbentuk $6k \pm 1$ · gaya olimpiade · 04-6-04

(a) Buktikan bahwa setiap bilangan prima $p > 3$ berbentuk $6k + 1$ atau $6k - 1$ untuk suatu bilangan asli k .

(b) Buktikan bahwa untuk setiap prima $p > 3$, bilangan $p^2 - 1$ habis dibagi 24.

(c) Apakah kebalikan (a) benar, yaitu setiap bilangan berbentuk $6k \pm 1$ pasti prima? Beri alasan.

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Menyederhanakan rasio • 05-1-01

Di kelas Dimas ada 12 siswa laki-laki dan 18 siswa perempuan. Rasio banyak siswa laki-laki terhadap siswa perempuan dalam bentuk paling sederhana adalah...

- A. 3 : 2
B. 2 : 3
C. 12 : 30
D. 6 : 9

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Skala denah • 05-1-02

Pada denah berskala 1 : 100, panjang sebuah kamar 4 cm. Panjang kamar sebenarnya adalah...

- A. 40 cm
B. 400 m
C. 40 m
D. 4 m

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Perbandingan senilai • 05-1-03

Harga 2 kg gula pasir Rp 36.000. Berapa rupiah harga 5 kg gula pasir yang sama?

Jawaban: rupiah

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mengenali berbalik nilai • 05-1-04

Manakah pasangan besaran berikut yang **berbalik nilai**?

- A. banyak buku tulis yang dibeli dan harga totalnya
B. jarak tempuh motor dan bensin yang terpakai
C. banyak tukang dan lama waktu membangun sebuah rumah
D. panjang sisi persegi dan kelilingnya

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Membagi menurut rasio • 05-2-01

Uang Rp 120.000 dibagikan kepada Ayu dan adiknya dengan perbandingan 5 : 3. Berapa rupiah bagian Ayu?

Jawaban: rupiah

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Menentukan skala • 05-2-02

Jarak sebenarnya Kota P ke Kota Q adalah 60 km. Pada sebuah peta, jarak itu digambar 4 cm. Jika skala peta itu 1 : n , berapakah n ?

Jawaban:

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Kecepatan • 05-2-03

Sebuah angkot menempuh jarak 30 km dalam waktu 45 menit. Kecepatan rata-rata angkot itu adalah...

- A. 40 km/jam
B. 45 km/jam
C. 22,5 km/jam
D. 0,67 km/jam

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Perbandingan berbalik nilai • 05-2-04

Persediaan pakan cukup untuk 40 ekor ayam selama 15 hari. Jika ayamnya 60 ekor dan setiap ayam makan sama banyak, persediaan itu cukup untuk berapa hari?

Jawaban: hari

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Rasio berantai • 05-3-01

Perbandingan uang Ayu dan Dimas 3 : 4, sedangkan perbandingan uang Dimas dan Ancil 6 : 5. Jika uang Ayu Rp 45.000, berapa rupiah uang Ancil?

Jawaban: rupiah

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kerja bersama • 05-3-02

Keran A dapat mengisi penuh sebuah bak dalam 20 menit, sedangkan keran B dalam 30 menit. Jika kedua keran dibuka bersamaan, dalam berapa menit bak itu penuh?

Jawaban: menit

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Kecepatan rata-rata • 05-3-03

Ayah mengemudi dari kota A ke kota B sejauh 150 km dengan kecepatan rata-rata 60 km/jam, lalu kembali melalui jalan yang sama dengan kecepatan rata-rata 100 km/jam. Kecepatan rata-rata untuk perjalanan pulang-pergi adalah...

- | | |
|--------------|--------------|
| A. 80 km/jam | C. 75 km/jam |
| B. 70 km/jam | D. 85 km/jam |

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Skala dan luas • 05-3-04

Sebidang tanah berbentuk persegi panjang digambar pada denah berskala 1 : 500 dengan ukuran 8 cm x 6 cm. Berapa m² luas tanah sebenarnya?

Jawaban: m²

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Kurs mata uang • gaya IGCSE • 05-4-01

Pada suatu hari, kurs 1 dolar Singapura (SGD) = Rp 12.000. Ayu menukar Rp 3.000.000, dan penukaran itu dikenai biaya 2% dari jumlah rupiah sebelum ditukar. **Hitung** banyak dolar Singapura yang Ayu terima.

Jawaban: SGD

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Variasi langsung • gaya IGCSE • 05-4-02

y berbanding lurus dengan kuadrat x (y is directly proportional to x^2). Ketika $x = 4$, $y = 40$. **Hitung** nilai y ketika $x = 6$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Variasi invers • gaya IGCSE • 05-4-03

y berbanding terbalik dengan $\sqrt{x}$ (y is inversely proportional to $\sqrt{x}$). Ketika $x = 9$, $y = 8$. Nilai x ketika $y = 6$ adalah...

- | | |
|-------|---------|
| A. 12 | C. 16 |
| B. 4 | D. 6,75 |

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Kecepatan dan satuan • gaya IGCSE • 05-4-04

Sebuah kereta berangkat dari Stasiun A pukul 08.15 dan tiba di Stasiun B pukul 10.45. Jarak A-B adalah 210 km.

- (a) **Hitung** kecepatan rata-rata kereta dalam km/jam.
- (b) **Ubah** kecepatan itu ke m/detik (bulatkan sampai 3 angka penting).
- (c) Pada perjalanan pulang, kecepatan rata-ratanya 105 km/jam. **Tunjukkan** bahwa kecepatan rata-rata pulang-pergi **bukan** 94,5 km/jam, lalu **hitung** nilai yang benar.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Hukum kuadrat terbalik • gaya IB • 05-5-01

Terang cahaya I (lux) dari sebuah lampu berbanding terbalik dengan kuadrat jarak d (meter) dari lampu. Pada jarak 2 m terukur 90 lux. Pada jarak berapa meter terangnya tinggal 10 lux?

Jawaban: m

18. Lv 5 • IB DP • Uraian • Model kerja • gaya IB • 05-5-02

Pembangunan jalan desa direncanakan selesai dalam 36 hari oleh 15 pekerja. Setelah 12 hari bekerja sesuai rencana, kepala desa ingin jalan itu selesai 6 hari lebih cepat daripada rencana semula.

- (a) Hitung total pekerjaan dalam satuan orang-hari.
- (b) Tentukan banyak pekerja **tambahan** yang diperlukan mulai hari ke-13.
- (c) Sebutkan dua asumsi dalam model ini, lalu jelaskan satu alasan mengapa kenyataannya bisa berbeda.

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Kecepatan rata-rata • gaya IB • 05-5-03

Sebuah drone pengantar paket terbang 12 km melawan angin dengan kecepatan 40 km/jam terhadap tanah, lalu kembali 12 km searah angin dengan kecepatan 60 km/jam. Tentukan kecepatan rata-rata drone (km/jam) untuk seluruh perjalanan.

Jawaban: km/jam

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Rasio campuran • gaya IB • 05-5-04

Larutan gula A berkadar 10% dan larutan gula B berkadar 25%. Keduanya dicampur agar diperoleh larutan berkadar 15%. Perbandingan volume A : B yang diperlukan adalah...

- A. 2 : 1
B. 1 : 2
C. 3 : 2
D. 2 : 3

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Laju relatif jarum jam • gaya olimpiade • 05-6-01

Tepat pukul 12.00, jarum jam dan jarum menit berimpit. Berapa menit kemudian keduanya berimpit lagi untuk pertama kalinya?

Jawaban: menit

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Kerja bersama tiga orang • gaya olimpiade • 05-6-02

Ayu dan Dimas bersama-sama dapat melukis sebuah mural dalam 6 hari. Dimas dan Ancil bersama-sama dalam 10 hari, sedangkan Ayu dan Ancil bersama-sama dalam 7,5 hari. Berapa hari yang dibutuhkan Ayu jika melukis sendirian?

Jawaban: hari

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Eskalator • gaya olimpiade • 05-6-03

Dimas berjalan menaiki eskalator yang sedang bergerak naik dan menghitung 30 anak tangga yang ia injak sampai di atas. Ayu, yang melangkah dua kali lebih cepat daripada Dimas, menaiki eskalator yang sama dan menghitung 40 anak tangga. Berapa banyak anak tangga yang terlihat jika eskalator itu berhenti?

Jawaban: anak tangga

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Mencampur rasio • gaya olimpiade • 05-6-04

Semua huruf berikut mewakili bilangan bulat positif.

(a) Buktikan: jika $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, maka $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

(b) Jelaskan arti hasil (a) untuk dua teko sirup: teko Ayu berisi 2 bagian sirup dari 5 bagian, teko Dimas berisi 4 bagian sirup dari 9 bagian, lalu keduanya dituang ke satu wadah besar.

(c) Tunjukkan dengan contoh bahwa dari $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ dan $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$ **tidak** selalu berlaku $\frac{a+p}{b+q} < \frac{c+r}{d+s}$.

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Arti pangkat • 06-1-01

Bentuk 2^5 artinya...

- A. 2×5
- B. 5×5
- C. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
- D. $2 + 2 + 2 + 2 + 2$

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Menghitung pangkat • 06-1-02

Kamu mengirim sebuah pesan ke 3 teman (putaran 1). Setiap penerima meneruskannya ke 3 orang baru (putaran 2), dan seterusnya. Banyak penerima baru pada putaran ke-4 adalah 3^4 . Berapa orang?

Jawaban: orang

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pangkat nol • 06-1-03

Nilai 2026^0 adalah...

- A. 1
- B. 0
- C. 2026
- D. tidak terdefinisi

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Notasi ilmiah • 06-1-04

Penduduk Indonesia sekitar 280.000.000 jiwa. Dalam notasi ilmiah, bilangan itu ditulis...

- A. 28×10^7
- B. $2,8 \times 10^7$
- C. $0,28 \times 10^9$
- D. $2,8 \times 10^8$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Pembelahan bakteri • 06-2-01

Sebuah koloni berisi 5 bakteri. Setiap bakteri membelah menjadi dua setiap 20 menit. Berapa banyak bakteri setelah 2 jam?

Jawaban: bakteri

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Sifat pangkat • 06-2-02

Bentuk sederhana dari $\frac{a^8 \times a^2}{a^5}$ (dengan $a \neq 0$) adalah...

- A. a^{11}
- B. a^5
- C. a^{16}
- D. a^3

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Menyederhanakan akar • 06-2-03

Sederhanakan $\sqrt{75}$ menjadi bentuk $k\sqrt{3}$. Berapa nilai k ?

Jawaban:

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Pangkat negatif • 06-2-04

Nilai 4^{-2} adalah...

A. -16

B. $\frac{1}{16}$

C. -8

D. $\frac{1}{8}$

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Pangkat pecahan • 06-3-01

Hitung nilai $\frac{27^{2/3} \times 16^{3/4}}{4^{-1/2}}$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Merasionalkan penyebut • 06-3-02

Bentuk rasional dari $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ adalah...

A. $\sqrt{5} + 1$

B. $\sqrt{5} - 1$

C. $4\sqrt{5} + 4$

D. $\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Memori HP • 06-3-03

Memori sebuah HP berkapasitas 128 GB. Anggap 1 GB = 2^{30} byte, 1 MB = 2^{20} byte, dan setiap foto berukuran 4 MB. Paling banyak berapa foto yang muat di memori itu?

Jawaban: foto

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Notasi ilmiah • 06-3-04

Cahaya merambat dengan kecepatan 3×10^8 m/s. Jarak Bumi ke Matahari sekitar $1,5 \times 10^{11}$ m. Berapa detik waktu yang dibutuhkan cahaya Matahari untuk sampai ke Bumi?

Jawaban: detik

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Bentuk baku • gaya IGCSE • 06-4-01

Hitung $(3,2 \times 10^5) \times (4,5 \times 10^{-2})$. Berikan jawabanmu dalam notasi ilmiah (bentuk baku, *standard form*).

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Persamaan pangkat • gaya IGCSE • 06-4-02

Tentukan nilai n jika $\frac{2^n \times 8}{4^3} = 32$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Bentuk akar sekawan • gaya IGCSE • 06-4-03

Tunjukkan bahwa $(5 + 2\sqrt{3})(5 - 2\sqrt{3})$ adalah bilangan bulat, lalu **tuliskan** nilainya.

Jawaban:

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Virus dan rambut • gaya IGCSE • 06-4-04

Diameter sebuah virus $1,2 \times 10^{-7}$ m, sedangkan tebal sehelai rambut 8×10^{-5} m.

(a) **Hitung** berapa kali tebal rambut dibandingkan diameter virus. Tulis jawabanmu dalam bentuk baku.

(b) **Nyatakan** diameter virus dalam nanometer ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$).

(c) **Bulatkan** jawaban (a) sampai 2 angka penting.

Lv 5 • IB DP • gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Model pertumbuhan • gaya IB • 06-5-01

Banyak bakteri dalam segelas susu yang dibiarkan di luar kulkas dimodelkan oleh $N(t) = 500 \cdot 2^{t/3}$, dengan t dalam jam. Tentukan banyak bakteri setelah satu hari.

Jawaban: bakteri

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Persamaan eksponen • gaya IB • 06-5-02

Selesaikan persamaan $9^{x+1} = 27^{x-1}$.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Pangkat pecahan • gaya IB • 06-5-03

$\sqrt{8} \times \sqrt[3]{4}$ dapat ditulis sebagai 2^k . Nilai k adalah...

A. $\frac{5}{6}$

B. 1

C. $\frac{13}{6}$

D. $\frac{5}{2}$

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Lipatan kertas ke Bulan • gaya IB • 06-5-04

Selemba kertas setebal 0,1 mm dilipat dua berulang kali (anggap selalu bisa).

(a) Tunjukkan bahwa tebal setelah n lipatan adalah $T_n = 10^{-4} \cdot 2^n$ meter.

(b) Tentukan banyak lipatan paling sedikit agar tebalnya melampaui jarak Bumi-Bulan, $3,84 \times 10^8$ m.

(c) Setiap lipatan juga membagi dua luas permukaan kertas. Jika luas mula-mula 1 m^2 , hitung luas kertas setelah banyak lipatan pada (b), lalu jelaskan mengapa percobaan ini mustahil dilakukan.

21. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Membandingkan pangkat raksasa • gaya olimpiade • 06-6-01

Manakah bilangan yang terbesar?

A. 10^{30}

C. 5^{40}

B. 3^{60}

D. 2^{100}

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Angka satuan • gaya olimpiade • 06-6-02

Berapakah angka satuan dari 7^{2026} ?

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Jumlah teleskopik • gaya olimpiade • 06-6-03

Hitung $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$.

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti irasional • gaya olimpiade • 06-6-04

Buktikan bahwa $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ adalah bilangan irasional.

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Menerjemahkan cerita • 07-1-01

Ekspresi aljabar untuk “lima lebihnya dari sebuah bilangan n ” adalah...

A. $5n$

C. $n - 5$

B. $n + 5$

D. $5 - n$

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Substitusi • 07-1-02

Jika $x = 3$, nilai dari $4x$ adalah...

A. 43

C. 12

B. 7

D. 1

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Nilai ekspresi • 07-1-03

Hitung nilai $2p + 7$ untuk $p = 6$.

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Suku sejenis • 07-1-04

Manakah pasangan **suku sejenis**?

A. $3x$ dan $3y$

C. 4 dan $4x$

B. $2x$ dan $2x^2$

D. $5ab$ dan $-2ba$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Tarif ojek • 07-2-01

Tarif sebuah ojek adalah Rp6.000 ditambah Rp2.500 untuk setiap kilometer. Berapa rupiah ongkos untuk perjalanan sejauh 8 km?

Jawaban: rupiah

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Menyederhanakan • 07-2-02

Bentuk sederhana dari $5x + 3y - 2x + y$ adalah...

A. $3x + 4y$

C. $3x + 3y$

B. $7xy$

D. $7x + 4y$

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Sifat distributif • 07-2-03

Hasil dari $3(2x - 5)$ adalah...

A. $6x - 5$

C. $6x + 15$

B. $5x - 8$

D. $6x - 15$

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Faktor persekutuan • 07-2-04

Bentuk $12x + 18$ dapat difaktorkan menjadi $k(2x + 3)$. Berapakah k ?

Jawaban:

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Identitas kuadrat • 07-3-01

Diketahui $a + b = 9$ dan $ab = 14$. Tentukan nilai $a^2 + b^2$.

Jawaban:

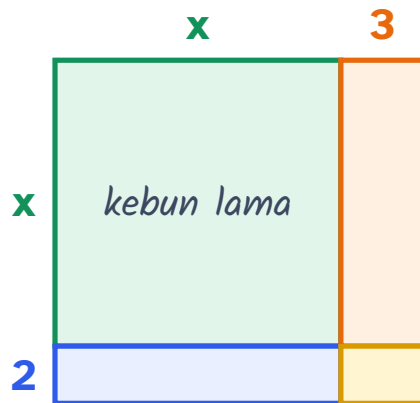
10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Selisih dua kuadrat • 07-3-02

Hitunglah $1003^2 - 997^2$ tanpa kalkulator.

Jawaban:

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Model luas • 07-3-03

Sebidang kebun berbentuk persegi bersisi x meter diperluas: satu sisi ditambah 3 m dan sisi lainnya ditambah 2 m sehingga menjadi persegi panjang (lihat gambar). Pertambahan luas kebun adalah...



A. 6 m^2

B. $(5x + 6) \text{ m}^2$

C. $(x^2 + 5x + 6) \text{ m}^2$

D. $5x \text{ m}^2$

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Sulap tanggal lahir • 07-3-04

Ancil meminta Ayu: "Kalikan tanggal lahirmu dengan 20, tambah 3, kalikan 5, lalu tambahkan nomor bulan lahirmu." Ayu menyebut hasil 1.727. Pada **tanggal** berapa Ayu lahir?

Jawaban:

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Ekspansi • gaya IGCSE • 07-4-01

Ekspansikan dan sederhanakan $(2x + 3)(x - 4)$. Tuliskan **koefisien** x pada hasilnya.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Faktorisasi lengkap • gaya IGCSE • 07-4-02

Faktorkan sepenuhnya $15a^2b - 10ab^2$. Hasilnya berbentuk $kab(3a - 2b)$. **Tentukan** k .

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Kurung dan tanda minus • gaya IGCSE • 07-4-03

Sederhanakan $4(3x - 2) - 2(5x - 7)$.

A. $2x + 6$

B. $2x - 22$

C. $2x - 1$

D. $22x - 22$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Bingkai foto • gaya IGCSE • 07-4-04

Sebuah foto berbentuk persegi bersisi x cm diberi bingkai selebar 2 cm di sekelilingnya.

(a) **Tunjukkan** bahwa luas bingkainya saja adalah $8x + 16 \text{ cm}^2$.

(b) **Faktorkan** $8x + 16$ sepenuhnya.

(c) Luas bingkai ternyata 96 cm^2 . Dengan memakai bentuk faktor dari (b), **tentukan** x .

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Model keuntungan • gaya IB • 07-5-01

Kelas 8A memesan kaos untuk dijual saat pentas seni. Ada biaya desain Rp150.000 (dibayar sekali) dan biaya cetak Rp45.000 per kaos. Setiap kaos dijual Rp60.000, dan semua kaos yang dipesan terjual. Tuliskan keuntungan U sebagai ekspresi dalam n (banyak kaos), lalu hitung keuntungannya jika dipesan 40 kaos.

Jawaban: rupiah

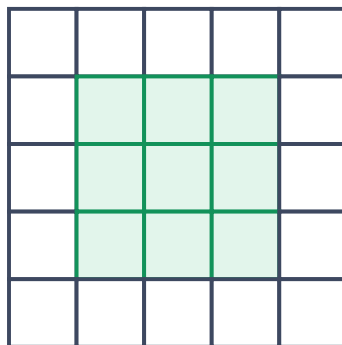
18. Lv 5 • IB DP • Uraian • Pola ubin teras • gaya IB • 07-5-02

Sebuah taman berbentuk persegi berisi $n \times n$ ubin hijau dikelilingi satu lapis ubin putih (gambar menunjukkan $n = 3$).

(a) Tunjukkan bahwa banyak ubin putih adalah $4n + 4$.

(b) Dimas menulis $4(n + 1)$, sedangkan Ayu menulis $(n + 2)^2 - n^2$. Tunjukkan bahwa ketiga ekspresi itu setara, lalu jelaskan cara berpikir di balik ekspresi Ayu.

(c) Tersedia 100 ubin putih. Tentukan n terbesar yang mungkin, dan apakah semua ubin putih terpakai.



$n = 3$

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Makna koefisien • gaya IB • 07-5-03

Tagihan air bulanan sebuah rumah dimodelkan dengan $T = 12.000 + 4.500v$, dengan v volume air yang dipakai (m^3) dan T dalam rupiah. Apa arti angka 4.500?

- A. biaya tetap yang dibayar walaupun tidak memakai air
- B. banyak air yang dipakai dalam sebulan
- C. biaya untuk setiap $1 m^3$ air yang dipakai
- D. total tagihan jika memakai $1 m^3$ air

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Manipulasi aljabar • gaya IB • 07-5-04

Diketahui $x - \frac{1}{x} = 3$. Tentukan nilai $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

Jawaban:

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Bilangan raksasa • gaya olimpiade • 07-6-01

Hitung $2026^2 - 2025 \times 2027$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Perkalian teleskopik • gaya olimpiade • 07-6-02

Nilai dari $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$ adalah...

- | | |
|-------------------|--------------------|
| A. $\frac{1}{10}$ | C. $\frac{9}{10}$ |
| B. $\frac{1}{2}$ | D. $\frac{11}{20}$ |

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Jumlah pangkat tiga • gaya olimpiade • 07-6-03

Bilangan real a dan b memenuhi $a + b = 5$ dan $a^2 + b^2 = 13$. Tentukan $a^3 + b^3$.

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Empat bilangan berurutan • gaya olimpiade • 07-6-04

(a) Hitung $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1$, $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 1$, dan $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1$. Apa yang istimewa?

(b) **Buktikan** bahwa untuk setiap bilangan bulat n , bilangan $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$ selalu merupakan kuadrat sempurna.

(c) Tanpa kalkulator, tentukan $\sqrt{10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 + 1}$.

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Persamaan sebagai timbangan • 08-1-01

Sebuah timbangan seimbang. Di piring kiri ada 2 kantong gula yang sama beratnya dan anak timbangan 3 kg. Di piring kanan ada anak timbangan 9 kg. Berapa berat satu kantong gula?

- A. 6 kg
B. 3 kg
C. 4,5 kg
D. 12 kg

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mengenali PLSV • 08-1-02

Manakah yang merupakan persamaan linear satu variabel?

- A. $3x + 5$
B. $x^2 = 16$
C. $2x - 1 = 9$
D. $x + y = 7$

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Persamaan satu langkah • 08-1-03

Jika $x + 7 = 15$, berapa nilai x ?

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kata kunci pertidaksamaan • 08-1-04

Agar tuntas, nilai ulangan Ayu harus **paling sedikit** 75. Jika nilai Ayu n , pertidaksamaan yang tepat adalah...

- A. $n < 75$
B. $n \leq 75$
C. $n > 75$
D. $n \geq 75$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Variabel di kedua ruas • 08-2-01

Selesaikan $5x - 8 = 2x + 13$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Membalik tanda • 08-2-02

Penyelesaian dari $-3x + 2 > 14$ adalah...

- A. $x < -4$
B. $x > -4$
C. $x > 4$
D. $x < 4$

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Kuota internet • 08-2-03

Kuota internet Dimas 25 GB. Setiap hari ia memakai 1,5 GB. Setelah berapa hari kuotanya tersisa 4 GB?

Jawaban: hari

Garis bilangan di bawah menunjukkan penyelesaian sebuah pertidaksamaan. Pertidaksamaan manakah itu?



A. $x \leq 2$

C. $x > 2$

B. $x \geq 2$

D. $x < 2$

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Persamaan pecahan • 08-3-01

Selesaikan $\frac{2x-1}{3} + \frac{x+3}{2} = 7$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Tarif parkir • 08-3-02

Tarif parkir mobil di sebuah mal: Rp5.000 untuk jam pertama dan Rp3.000 untuk setiap jam berikutnya (bagian jam dihitung satu jam). Kak Lintang menyiapkan Rp26.000 untuk parkir. Paling lama berapa jam ia dapat parkir?

Jawaban: jam

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Nilai minimal KKM • 08-3-03

Nilai tiga ulangan Dimas adalah 72, 80, dan 76. Agar rata-rata empat ulangan paling sedikit 78, nilai ulangan keempat minimal...

A. 78

C. 84

B. 82

D. 86

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Soal umur • 08-3-04

Umur ayah sekarang 4 kali umur Ayu. Dua puluh tahun lagi, umur ayah menjadi 2 kali umur Ayu. Berapa umur Ayu sekarang?

Jawaban: tahun

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Persamaan dengan kurung • gaya IGCSE • 08-4-01

Selesaikan $4(2x-3) - 3(x-5) = 23$.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Pertidaksamaan ganda • gaya IGCSE • 08-4-02

Tentukan banyak bilangan bulat n yang memenuhi $-7 < 2n + 3 \leq 9$.

Jawaban: bilangan

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Tak hingga penyelesaian • gaya IGCSE • 08-4-03

Persamaan $3(x+2) = 3x + k$ dipenuhi oleh **semua** bilangan x jika k bernilai...

A. 2

C. 3

B. 6

D. tidak ada nilai k yang memenuhi

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Keliling persegi panjang • gaya IGCSE • 08-4-04

Sebuah persegi panjang memiliki panjang $(2x + 3)$ cm dan lebar $(x - 1)$ cm.

(a) **Tunjukkan** bahwa kelilingnya $(6x + 4)$ cm.

(b) Kelilingnya 40 cm. **Hitung** x , lalu **hitung** luas persegi panjang itu.

(c) Jika kelilingnya harus kurang dari 40 cm, **tentukan** semua nilai x yang mungkin. **Jelaskan** mengapa x juga harus lebih dari 1.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Celsius dan Fahrenheit • gaya IB • 08-5-01

Suhu dalam derajat Fahrenheit dihitung dengan $F = \frac{9}{5}C + 32$. Tentukan suhu ketika angka pada termometer Celsius dan termometer Fahrenheit sama persis.

Jawaban:°

18. Lv 5 • IB DP • Uraian • Membandingkan paket data • gaya IB • 08-5-02

Sebuah operator menawarkan dua paket data bulanan.

Paket A: Rp25.000 ditambah Rp4.000 per GB.

Paket B: Rp55.000 ditambah Rp1.500 per GB.

(a) Tuliskan biaya $A(g)$ dan $B(g)$ untuk pemakaian g GB.

(b) Tentukan nilai-nilai g yang membuat Paket A lebih murah daripada Paket B.

(c) Ayu memperkirakan pemakaiannya 15 GB per bulan. Paket mana yang kamu sarankan, dan berapa rupiah yang dihemat?

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Persamaan nilai mutlak • gaya IB • 08-5-03

Tentukan hasil kali semua penyelesaian dari $|2x - 5| = 9$.

Jawaban:

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Pertidaksamaan nilai mutlak • gaya IB • 08-5-04

Himpunan penyelesaian $|3 - 2x| \geq 7$ adalah...

A. $x \leq -2$ atau $x \geq 5$

C. $x \geq -2$

B. $-2 \leq x \leq 5$

D. $x \leq -5$ atau $x \geq 2$

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Soal digit • gaya olimpiade • 08-6-01

Sebuah bilangan dua angka sama dengan 7 kali jumlah angka-angkanya. Jika kedua angkanya ditukar, bilangan baru 36 lebih kecil daripada bilangan semula. Tentukan bilangan semula.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Persamaan berparameter • gaya olimpiade • 08-6-02

Ada berapa banyak bilangan bulat k sehingga persamaan $kx + 6 = 2x + k$ mempunyai penyelesaian x berupa bilangan bulat?

Jawaban: nilai

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Jumlah jarak • gaya olimpiade • 08-6-03

Tentukan nilai terkecil dari $|x - 1| + |x - 4| + |x - 9|$ untuk x bilangan real.

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti nilai mutlak • gaya olimpiade • 08-6-04

- (a) Buktikan bahwa untuk setiap bilangan real x berlaku $|x - 1| + |x + 2| \geq 3$.
 (b) Simpulkan bahwa persamaan $|x - 1| + |x + 2| = 2$ tidak mempunyai penyelesaian.
 (c) Tentukan semua x yang memenuhi $|x - 1| + |x + 2| = 5$.

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kuadran • 09-1-01

Titik $P(-3, 4)$ terletak di kuadran...

- A. I C. III
B. II D. IV

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Gradien dari persamaan • 09-1-02

Gradien garis $y = 7 - 3x$ adalah...

- A. 7 C. -3
B. 3 D. $\frac{1}{3}$

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Tarif ojek • 09-1-03

Tarif ojek online di sebuah kota adalah Rp5.000 untuk biaya awal ditambah Rp2.000 per km. Berapa rupiah tarif untuk perjalanan 6 km?

Jawaban: rupiah

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Relasi dan fungsi • 09-1-04

Manakah himpunan pasangan berurutan berikut yang merupakan **fungsi**?

- A. $\{(1, 2), (1, 3), (2, 4)\}$ C. $\{(4, 0), (4, 1), (5, 2)\}$
B. $\{(2, 1), (3, 1), (2, 7)\}$ D. $\{(1, 5), (2, 5), (3, 5)\}$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Gradien dua titik • 09-2-01

Tentukan gradien garis yang melalui titik $A(2, 1)$ dan $B(6, 9)$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Persamaan garis • 09-2-02

Sebuah garis bergradien -3 memotong sumbu-y di titik $(0, 4)$. Persamaan garis itu adalah...

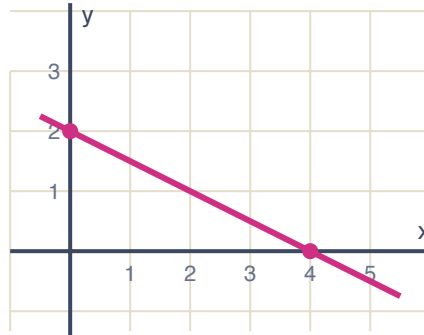
- A. $y = -3x + 4$ C. $y = 3x + 4$
B. $y = 4x - 3$ D. $y = -3x - 4$

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Nilai fungsi • 09-2-03

Diketahui $f(x) = 4x - 7$. Jika $f(a) = 21$, berapakah a ?

Jawaban:

Perhatikan grafik garis berikut. Gradien garis itu adalah...



A. 2

C. $\frac{1}{2}$

B. -2

D. $-\frac{1}{2}$

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Titik potong sumbu-x • 09-3-01

Sebuah garis melalui titik $(-1, 5)$ dan $(3, -3)$. Garis itu memotong sumbu-x di titik $(k, 0)$. Tentukan k .

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Garis sejajar • 09-3-02

Garis g sejajar dengan garis $2x + 3y = 6$ dan melalui titik $(3, 1)$. Persamaan garis g adalah...

A. $3x - 2y = 7$ C. $2x + 3y = 9$ B. $2x + 3y = 6$ D. $3x + 2y = 11$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Model kuota • 09-3-03

Kuota internet Dimas 30 GB di awal bulan dan ia memakainya dengan laju tetap. Setelah 4 hari, sisa kuotanya 24 GB. Pada hari ke berapa kuotanya habis?

Jawaban: hari

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Model tarif taksi • 09-3-04

Ayu naik taksi online dua kali dengan aturan tarif yang sama: perjalanan 5 km bertarif Rp32.000 dan perjalanan 12 km bertarif Rp60.000. Tarif mengikuti model linear. Dengan uang Rp100.000, berapa km perjalanan terjauh yang bisa ia bayar?

Jawaban: km

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Gradien • gaya IGCSE • 09-4-01

Garis L melalui titik $(-2, 7)$ dan $(4, -2)$. **Hitung** gradien (*gradient*) garis L .

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Luas dengan sumbu • gaya IGCSE • 09-4-02

Garis $2y - 6x = 12$ memotong sumbu-x di P dan sumbu-y di Q . **Hitung** luas segitiga OPQ , dengan O titik asal.

Jawaban: satuan luas

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Garis tegak lurus • gaya IGCSE • 09-4-03

Manakah garis yang tegak lurus (*perpendicular*) terhadap $y = 4x - 1$?

A. $y = 4x + 2$

C. $y = -4x + 1$

B. $y = -\frac{1}{4}x + 3$

D. $y = \frac{1}{4}x - 1$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Garis sumbu ruas • gaya IGCSE • 09-4-04

Diketahui titik $A(1, 3)$ dan $B(5, 11)$.

(a) **Hitung** gradien AB .

(b) **Tentukan** persamaan garis AB dalam bentuk $y = mx + c$.

(c) Titik tengah AB adalah $M(3, 7)$. **Tentukan** persamaan garis yang tegak lurus AB dan melalui M .

(d) **Hitung** koordinat titik potong garis pada (c) dengan sumbu- x .

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Rumus Braak • gaya IB • 09-5-01

Model Braak memperkirakan suhu rata-rata T ($^{\circ}\text{C}$) di Indonesia pada ketinggian h meter di atas permukaan laut: $T = 26,3 - 0,006h$. Pada ketinggian berapa meter suhu rata-rata diperkirakan $14,3^{\circ}\text{C}$?

Jawaban: m

18. Lv 5 • IB DP • Uraian • Pemodelan linear • gaya IB • 09-5-02

Biaya sewa sepeda listrik di sebuah taman kota tercatat sebagai berikut: 10 menit Rp13.000, 25 menit Rp22.000, dan 40 menit Rp31.000.

(a) Tunjukkan bahwa ketiga data itu cocok dengan model linear.

(b) Tentukan model $B(t) = mt + c$, dengan t dalam menit dan B dalam rupiah.

(c) Tafsirkan arti m dan c dalam konteks soal.

(d) Seseorang memakai model itu untuk memperkirakan biaya sewa selama 10 jam. Berikan satu alasan mengapa perkiraan itu mungkin tidak dapat dipercaya.

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Celsius dan Fahrenheit • gaya IB • 09-5-03

Hubungan suhu Celsius C dan Fahrenheit F adalah linear: air membeku pada $0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$ dan mendidih pada $100^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F}$. Pada suhu berapa derajat angka pada kedua skala sama?

Jawaban: $^{\circ}$

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Daerah hasil • gaya IB • 09-5-04

Fungsi $f(x) = -2x + 5$ mempunyai daerah asal $-1 \leq x \leq 3$. Daerah hasil fungsi itu adalah...

A. $-1 \leq f(x) \leq 7$

C. $-1 \leq f(x) \leq 3$

B. $3 \leq f(x) \leq 11$

D. $f(x) \geq -1$

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Titik kisi pada ruas garis • gaya olimpiade • 09-6-01

Berapa banyak titik yang kedua koordinatnya bilangan bulat dan terletak pada ruas garis dari $(0, 0)$ ke $(84, 120)$, termasuk kedua ujungnya?

Jawaban: titik

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Luas minimum • gaya olimpiade • 09-6-02

Sebuah garis melalui titik $(2, 3)$ serta memotong sumbu- x positif di P dan sumbu- y positif di Q . Berapa luas terkecil segitiga OPQ ?

Jawaban: satuan luas

23. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Garis melalui titik asal • gaya olimpiade • 09-6-03

Ke-16 titik (x, y) dengan $x, y \in \{1, 2, 3, 4\}$ membentuk kisi 4×4 . Berapa banyak garis berbeda yang melalui titik asal O dan sedikitnya satu titik kisi itu?

A. 16

C. 11

B. 12

D. 10

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti titik kisi • gaya olimpiade • 09-6-04

Titik kisi adalah titik yang kedua koordinatnya bilangan bulat.

(a) Misalkan a, b bilangan asli dan $d = \gcd(a, b)$. Buktikan bahwa ruas garis dari $(0, 0)$ ke (a, b) memuat tepat $d + 1$ titik kisi, termasuk kedua ujungnya.

(b) Hitung banyak titik kisi pada ruas garis dari $(0, 0)$ ke $(2025, 1350)$.

(c) Hitung banyak titik kisi pada ruas garis dari $(3, -2)$ ke $(2028, 1348)$.

10 Sistem Persamaan Linear

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Arti penyelesaian • 10-1-01

Pasangan (x, y) manakah yang memenuhi **kedua** persamaan $x + y = 7$ dan $x - y = 1$ sekaligus?

- A. $(3, 4)$ C. $(5, 2)$
B. $(4, 3)$ D. $(6, 1)$

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Metode grafik • 10-1-02

Grafik dua persamaan linear berpotongan di titik $(2, 5)$. Apa artinya?

- A. Penyelesaiannya $x = 5$ dan $y = 2$.
B. Sistem itu tidak mempunyai penyelesaian.
C. Penyelesaiannya $x = 2$ dan $y = 5$.
D. Kedua garis sejajar.

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Ayam dan kambing • 10-1-03

Di halaman rumah Mbah Sastro ada ayam dan kambing. Banyak kepalanya 5 dan banyak kakinya 14. Berapa ekor kambing di sana?

Jawaban: ekor

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Menyusun model • 10-1-04

Harga 2 buku tulis dan 1 pensil adalah Rp12.000. Jika b = harga satu buku tulis dan p = harga satu pensil (dalam rupiah), persamaan yang tepat adalah...

- A. $2b + p = 12.000$ C. $2(b + p) = 12.000$
B. $b + 2p = 12.000$ D. $2bp = 12.000$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Substitusi • 10-2-01

Selesaikan sistem $y = 2x - 1$ dan $3x + y = 19$. Berapa nilai x ?

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Eliminasi • 10-2-02

Diketahui $3x + 2y = 16$ dan $x - 2y = 0$. Berapa nilai y ?

Jawaban:

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Tiket museum • 10-2-03

Di sebuah museum, tiket untuk 1 dewasa dan 2 anak seharga Rp20.000, sedangkan tiket untuk 1 dewasa dan 1 anak seharga Rp14.000. Harga satu tiket anak adalah...

- A. Rp8.000 C. Rp10.000
B. Rp7.000 D. Rp6.000

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Titik impas • 10-2-04

Aplikasi ojek A memasang tarif Rp6.000 + Rp2.500 per km, sedangkan aplikasi B Rp3.000 + Rp3.000 per km. Pada jarak berapa km tarif keduanya sama?

Jawaban: km

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Campuran beras • 10-3-01

Pedagang beras mencampur beras pandan wangi seharga Rp16.000/kg dengan beras medium seharga Rp12.000/kg. Ia ingin membuat 50 kg campuran yang bernilai Rp13.600/kg. Berapa kg beras pandan wangi yang diperlukan?

Jawaban: kg

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Banyak penyelesaian • 10-3-02

Agar sistem $2x + 3y = 6$ dan $4x + ky = 15$ **tidak** mempunyai penyelesaian, nilai k haruslah...

- A. 6
B. 3
C. 12
D. -6

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Bilangan dua angka • 10-3-03

Jumlah kedua angka sebuah bilangan dua angka adalah 11. Jika kedua angkanya ditukar, bilangan baru 27 lebih besar daripada bilangan semula. Tentukan bilangan semula.

Jawaban:

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • SPLTV simetris • 10-3-04

Ayu membeli 2 pensil, 1 penghapus, dan 1 penggaris seharga Rp13.000. Dimas membeli 1 pensil, 2 penghapus, dan 1 penggaris seharga Rp12.000. Ancil membeli 1 pensil, 1 penghapus, dan 2 penggaris seharga Rp15.000. Berapa rupiah harga satu penggaris?

Jawaban: rupiah

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Persamaan simultan • gaya IGCSE • 10-4-01

Selesaikan persamaan simultan (*simultaneous equations*) berikut, lalu tuliskan nilai y .

$$5x + 3y = 9$$

$$2x - 5y = 16$$

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Titik potong dua garis • gaya IGCSE • 10-4-02

Garis L_1 melalui titik $(0, 3)$ dan $(4, 11)$. Garis L_2 mempunyai persamaan $x + 2y = 16$.

(a) **Tentukan** persamaan L_1 dalam bentuk $y = mx + c$.

(b) **Hitung** koordinat titik potong L_1 dan L_2 . Tuliskan nilai x -nya.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Makna hasil eliminasi • gaya IGCSE • 10-4-03

Saat menyelesaikan sistem dua persamaan linear dengan eliminasi, Dimas memperoleh $0 = 7$. **Apa** kesimpulan yang benar?

- A. $x = 7$
- B. Kedua garis berimpit; penyelesaiannya tak hingga banyak.
- C. Kedua garis sejajar; sistem tidak mempunyai penyelesaian.
- D. $x = 0$ dan $y = 7$.

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Tiket pertunjukan • gaya IGCSE • 10-4-04

Pertunjukan wayang orang menjual tiket VIP seharga Rp100.000 dan tiket reguler seharga Rp50.000. Pada hari Sabtu terjual 120 tiket dengan pemasukan Rp7.800.000.

- (a) **Tuliskan** dua persamaan dengan v = banyak tiket VIP dan r = banyak tiket reguler.
- (b) **Selesaikan** sistem tersebut.
- (c) Panitia berkata, "Hari Minggu kami menjual 150 tiket dan mendapat Rp6.000.000." **Jelaskan** mengapa pernyataan itu pasti keliru.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Model biaya langganan • gaya IB • 10-5-01

Dua penyedia internet rumah menawarkan paket berikut. Penyedia P: biaya pemasangan Rp300.000, lalu Rp250.000 per bulan. Penyedia Q: tanpa biaya pemasangan, Rp280.000 per bulan.

- (a) Tuliskan model biaya total $C_P(t)$ dan $C_Q(t)$ (dalam ribu rupiah) setelah t bulan.
- (b) Tentukan nilai t ketika biaya total keduanya sama, lalu jelaskan maknanya.
- (c) Keluarga Ayu berencana berlangganan selama 1,5 tahun. Sarankan penyedia yang lebih hemat dan hitung penghematannya.

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Kurva melalui tiga titik • gaya IB • 10-5-02

Kurva $y = ax^2 + bx + c$ melalui titik $(1, 2)$, $(2, 7)$, dan $(-1, 4)$. Tentukan nilai a .

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Program linear • gaya IB • 10-5-03

Daerah layak ditentukan oleh $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 10$, dan $x + 3y \leq 18$. Nilai maksimum $f(x, y) = 2x + 5y$ pada daerah itu adalah...

- A. 30
B. 20
C. 50
D. 32

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Sistem dengan parameter • gaya IB • 10-5-04

Diketahui sistem $kx + 2y = 4$ dan $8x + ky = 8$. Tentukan nilai k yang membuat sistem itu mempunyai tak hingga banyak penyelesaian.

Jawaban:

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Sistem siklik • gaya olimpiade • 10-6-01

Bilangan real a, b, c, d memenuhi

$$a + b + c = 13, b + c + d = 15, c + d + a = 14, d + a + b = 12.$$

Tentukan nilai $abcd$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Penyelesaian bilangan bulat • gaya olimpiade • 10-6-02

Ancil membeli tepat 20 kue dengan uang tepat Rp20.000. Kue A seharga Rp3.000, kue B Rp2.000, dan kue C Rp500. Setiap jenis kue dibeli paling sedikit satu. Berapa banyak kue B yang dibeli Ancil?

Jawaban: kue

23. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Tidak mungkin tepat dua • gaya olimpiade • 10-6-03

Buktikan: jika sistem $ax + by = c$ dan $dx + ey = f$ mempunyai dua penyelesaian yang berbeda, maka sistem itu mempunyai tak hingga banyak penyelesaian. (Akibatnya, sebuah SPLDV tidak mungkin mempunyai tepat dua penyelesaian.)

24. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Koefisien hampir kembar • gaya olimpiade • 10-6-04

Bilangan real x dan y memenuhi

$$2026x + 2027y = 2028$$

$$2027x + 2026y = 2025.$$

Tentukan nilai $x^2 + y^2$.

Jawaban:

11 Persamaan Kuadrat

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mengenali persamaan kuadrat • 11-1-01

Manakah yang merupakan persamaan kuadrat?

A. $3x + 5 = 11$

C. $x^3 = 8$

B. $x^2 - 4x + 3 = 0$

D. $\frac{2}{x} = 5$

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Sifat perkalian nol • 11-1-02

Akar-akar persamaan $(x - 2)(x + 5) = 0$ adalah...

A. 2 dan 5

C. 2 dan -5

B. -2 dan 5

D. -2 dan -5

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Luas persegi • 11-1-03

Luas sebuah ubin persegi 49 cm^2 . Jika panjang sisinya $x \text{ cm}$, maka $x^2 = 49$. Berapa panjang sisi ubin itu?

Jawaban: cm

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Koefisien bentuk baku • 11-1-04

Pada persamaan $2x^2 - 7x + 3 = 0$, nilai a , b , dan c berturut-turut adalah...

A. 2, 7, 3

C. 2, -7 , -3

B. -7 , 2, 3

D. 2, -7 , 3

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Pemfaktoran • 11-2-01

Tentukan akar **positif** dari persamaan $x^2 + 3x - 28 = 0$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Makna diskriminan nol • 11-2-02

Persamaan $x^2 - 6x + 9 = 0$ memiliki diskriminan $D = 0$. Artinya...

A. persamaan itu punya akar kembar, yaitu $x = 3$

B. persamaan itu tidak punya akar real

C. persamaan itu punya dua akar real yang berbeda

D. akar-akarnya 0 dan 6

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Soal cerita luas • 11-2-03

Sebuah taman berbentuk persegi panjang. Panjangnya 4 m lebih dari lebarnya, dan luasnya 60 m^2 . Berapa lebar taman itu?

Jawaban: m

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Jumlah akar • 11-2-04

Jumlah akar-akar persamaan $x^2 - 11x + 7 = 0$ adalah...

A. -11

C. 11

B. 7

D. -7

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Diskriminan & grafik • gaya IGCSE • 11-4-03

Grafik $y = x^2 - 4x + k$ tidak memotong dan tidak menyinggung sumbu- x . Nilai k yang memenuhi adalah...

A. $k > 4$

C. $k = 4$

B. $k < 4$

D. $k > -4$

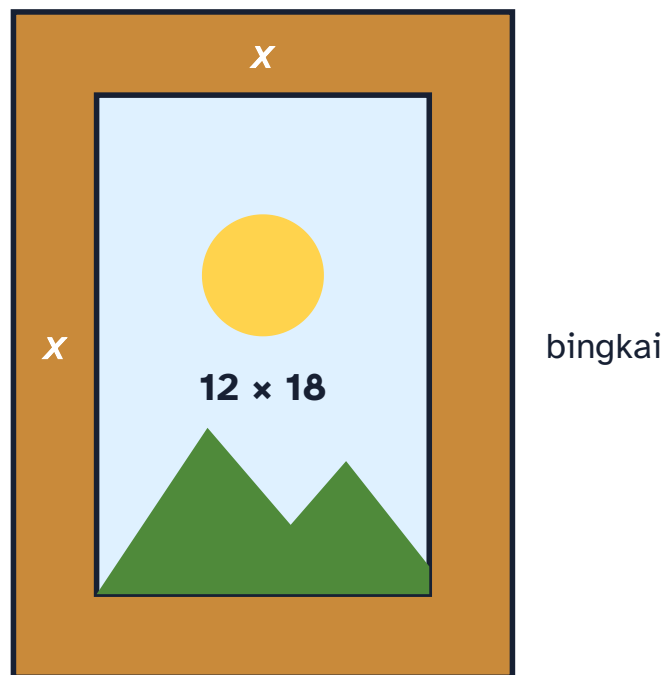
16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Bingkai foto • gaya IGCSE • 11-4-04

Sebuah foto berukuran $12 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$ dipasang di dalam bingkai yang lebarnya sama di semua sisi, yaitu x cm. Luas bingkai saja (tanpa foto) sama dengan luas foto.

(a) **Tunjukkan** bahwa $x^2 + 15x - 54 = 0$.

(b) **Selesaikan** persamaan itu dan **jelaskan** mengapa salah satu jawaban ditolak.

(c) **Hitung** ukuran luar bingkai.



Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Parameter & diskriminan • gaya IB • 11-5-01

Persamaan $kx^2 - 4x + (k - 3) = 0$ memiliki akar kembar, dengan $k > 0$. Tentukan nilai k .

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Uraian • Model pendapatan • gaya IB • 11-5-02

Pak Made menjual es kelapa muda seharga Rp10.000 per gelas dan rata-rata laku 120 gelas per hari. Survei menunjukkan bahwa setiap kenaikan harga Rp1.000, penjualan turun 8 gelas per hari. Misalkan harga dinaikkan n kali Rp1.000.

(a) Tunjukkan bahwa pendapatan harian (dalam ribu rupiah) adalah $R = (10 + n)(120 - 8n) = -8n^2 + 40n + 1200$.

(b) Tentukan harga jual agar pendapatan tepat Rp1.248.000 per hari. Ada dua jawaban. Harga mana yang lebih menguntungkan bagi Pak Made? Beri alasan.

(c) Gunakan diskriminan untuk menunjukkan bahwa pendapatan Rp1.300.000 per hari mustahil dicapai.

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Akar kebalikan • gaya IB • 11-5-03

Akar-akar $2x^2 - 6x + 1 = 0$ adalah α dan β . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{\alpha}$ dan $\frac{1}{\beta}$ adalah...

A. $x^2 - 3x + 2 = 0$

C. $2x^2 - 6x + 1 = 0$

B. $x^2 - 6x + 2 = 0$

D. $x^2 + 6x + 2 = 0$

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Model lompat batu • gaya IB • 11-5-04

Dalam model sederhana lompat batu Nias, tinggi kaki pelompat adalah $h = 7t - 5t^2$ meter setelah t detik. Berapa lama kaki pelompat berada **di atas** ketinggian 2 m?

Jawaban: detik

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Identitas simetris • gaya olimpiade • 11-6-01

Bilangan real a dan b memenuhi $a + b = 5$ dan $ab = 3$. Hitunglah $a^3 + b^3$ tanpa mencari a dan b .

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Akar bulat & Vieta • gaya olimpiade • 11-6-02

Ada berapa banyak bilangan bulat k sehingga kedua akar persamaan $x^2 - kx + 12 = 0$ merupakan bilangan bulat?

A. 3

C. 6

B. 4

D. 12

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Jumlah pangkat akar • gaya olimpiade • 11-6-03

Akar-akar $x^2 - x - 1 = 0$ adalah α dan β . Hitunglah $\alpha^6 + \beta^6$.

Jawaban:

Misalkan a , b , dan c bilangan bulat **ganjil**.

(a) Jika $\frac{p}{q}$ (pecahan paling sederhana, $q > 0$) adalah akar $ax^2 + bx + c = 0$, tunjukkan bahwa $ap^2 + bpq + cq^2 = 0$.

(b) Buktikan bahwa persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ tidak memiliki akar rasional.

12 Fungsi Kuadrat & Parabola

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mengenali fungsi kuadrat • 12-1-01

Manakah yang merupakan fungsi kuadrat?

A. $y = 3x + 2$

B. $y = x^2 - 5x + 1$

C. $y = \frac{2}{x}$

D. $y = 2^x$

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Arah buka • 12-1-02

Grafik $y = -x^2 + 4$ berbentuk...

A. garis lurus

B. parabola terbuka ke atas

C. parabola terbuka ke bawah

D. lingkaran

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Nilai fungsi • 12-1-03

Jika $f(x) = x^2 - 3$, berapakah $f(4)$?

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Puncak bentuk puncak • 12-1-04

Titik puncak grafik $y = (x - 2)^2 + 5$ adalah...

A. $(2, 5)$

B. $(-2, 5)$

C. $(2, -5)$

D. $(5, 2)$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Sumbu simetri • 12-2-01

Tentukan sumbu simetri grafik $y = x^2 - 8x + 3$. Tuliskan nilai x -nya.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Simetri parabola • 12-2-02

Sebuah parabola mempunyai sumbu simetri $x = 3$. Titik $(1, 7)$ terletak pada parabola itu. Titik lain pada parabola yang juga mempunyai $y = 7$ adalah $(p, 7)$. Berapakah p ?

Jawaban:

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Maksimum atau minimum • 12-2-03

Grafik $y = -2x^2 + 4x + 1$ terbuka ke ... dan puncaknya merupakan titik ...

A. atas; minimum

B. atas; maksimum

C. bawah; minimum

D. bawah; maksimum

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Nilai minimum • 12-2-04

Berapakah nilai minimum fungsi $f(x) = x^2 + 6x + 10$?

Jawaban:

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Batu dilempar ke atas • 12-3-01

Sebuah batu dilempar tegak ke atas dari jembatan. Tingginya dari permukaan sungai setelah t detik adalah $h(t) = 2 + 15t - 5t^2$ meter. Berapa tinggi maksimum batu dari permukaan sungai?

Jawaban: m

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kebun di tepi sungai • 12-3-02

Pak Darto punya kawat 60 m untuk memagari kebun persegi panjang di tepi sungai. Sisi yang berbatasan dengan sungai tidak perlu dipagari. Berapa luas kebun terbesar yang bisa ia buat?

Jawaban: m²

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Menyusun dari puncak • 12-3-03

Fungsi kuadrat yang grafiknya berpuncak di $(1, -4)$ dan melalui titik $(3, 0)$ adalah...

A. $y = x^2 + 2x - 3$

C. $y = x^2 - 2x - 3$

B. $y = 2x^2 - 4x - 2$

D. $y = x^2 - 2x + 5$

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Bilangan bulat penyelesaian • 12-3-04

Ada berapa bilangan bulat x yang memenuhi $x^2 - 2x - 15 < 0$?

Jawaban: bilangan

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Melengkapi kuadrat • gaya IGCSE • 12-4-01

Tuliskan $x^2 - 10x + 7$ dalam bentuk $(x - p)^2 + q$, lalu **tentukan** nilai q .

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Akar dan nilai minimum • gaya IGCSE • 12-4-02

Grafik $y = x^2 + bx + c$ memotong sumbu- x di $x = -1$ dan $x = 7$. **Hitung** nilai minimum y .

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Membaca tabel nilai • gaya IGCSE • 12-4-03

Tabel berikut berisi nilai fungsi kuadrat $y = f(x)$.

x : -1, 0, 1, 2, 3

y : 7, 2, -1, -2, -1

Tentukan rumus $f(x)$.

A. $f(x) = x^2 - 4x + 2$

C. $f(x) = (x - 2)^2 + 2$

B. $f(x) = x^2 + 4x + 2$

D. $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Bentuk puncak & pertidaksamaan • gaya IGCSE • 12-4-04

Diberikan $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$.

(a) **Tuliskan** $f(x)$ dalam bentuk $a(x - h)^2 + k$.

(b) **Tuliskan** koordinat titik puncak grafik $y = f(x)$ dan **jelaskan** apakah titik itu minimum atau maksimum.

(c) **Selesaikan** $f(x) < 3$.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Terowongan parabola • gaya IB • 12-5-01

Mulut sebuah terowongan berbentuk parabola dengan lebar dasar 8 m dan tinggi puncak 6 m. Letakkan titik asal di tengah dasar terowongan.

(a) Tunjukkan bahwa lengkung terowongan dapat dimodelkan dengan $y = 6 - 0,375x^2$.

(b) Sebuah truk selebar 2,6 m dan setinggi 4,2 m melaju tepat di tengah. Tentukan apakah truk itu dapat lewat.

(c) Tentukan lebar maksimum truk setinggi 4,2 m yang masih dapat lewat bila melaju di tengah. Berikan jawaban sampai 3 angka penting.

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Untung produksi keripik • gaya IB • 12-5-02

Untung harian sebuah usaha keripik singkong dimodelkan dengan $U(x) = -2x^2 + 80x - 350$ (ribu rupiah), dengan x banyak kilogram keripik yang diproduksi per hari. Tentukan untung maksimum per hari, dalam ribu rupiah.

Jawaban: ribu rupiah

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Tidak memotong sumbu- x • gaya IB • 12-5-03

Grafik $f(x) = x^2 + kx + 9$ tidak memotong sumbu- x . Nilai k yang memenuhi adalah...

A. $k < -6$ atau $k > 6$

C. $k > 6$

B. $-3 < k < 3$

D. $-6 < k < 6$

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Tiga titik data • gaya IB • 12-5-04

Fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ melalui titik $(1, 4)$, $(2, 3)$, dan $(4, 7)$. Tentukan nilai minimum f .

Jawaban:

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Minimum dua variabel • gaya olimpiade • 12-6-01

Untuk bilangan real x dan y , tentukan nilai minimum $x^2 - 2xy + 2y^2 - 4y + 10$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Jejak titik puncak • gaya olimpiade • 12-6-02

Untuk setiap bilangan real k , titik puncak parabola $y = x^2 - 2kx + k^2 + k - 3$ selalu terletak pada...

A. parabola $y = x^2 - 3$

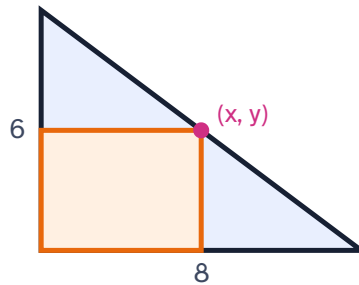
C. garis $y = -3$

B. garis $y = x - 3$

D. lingkaran $x^2 + y^2 = 9$

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Persegi panjang di dalam segitiga • gaya olimpiade • 12-6-03

Sebuah persegi panjang diletakkan di dalam segitiga siku-siku dengan kaki 6 cm dan 8 cm. Dua sisi persegi panjang menempel pada kedua kaki segitiga, dan satu titik sudutnya terletak pada sisi miring. Berapa luas terbesar persegi panjang itu?

Jawaban: cm^2

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Trik diskriminan • gaya olimpiade • 12-6-04

(a) Misalkan $a > 0$. Buktikan bahwa $ax^2 + bx + c \geq 0$ untuk semua x real jika dan hanya jika $b^2 - 4ac \leq 0$.

(b) Untuk bilangan real p_1, p_2, q_1, q_2 dengan p_1, p_2 tidak keduanya nol, perhatikan $g(t) = (p_1 t + q_1)^2 + (p_2 t + q_2)^2$. Dengan memakai (a), buktikan ketaksamaan Cauchy-Schwarz $(p_1 q_1 + p_2 q_2)^2 \leq (p_1^2 + p_2^2)(q_1^2 + q_2^2)$.

(c) Kapan kesamaan terjadi?

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mesin fungsi • 13-1-01

Mesin fungsi $f(x) = 3x - 2$ menerima input 4. Berapa outputnya?

- A. 10
B. 12
C. 14
D. 2

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pengertian fungsi • 13-1-02

Diketahui $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{p, q, r\}$. Himpunan pasangan berurutan manakah yang merupakan **fungsi** dari A ke B ?

- A. $\{(1, p), (1, q), (2, r), (3, r)\}$
B. $\{(1, q), (2, r)\}$
C. $\{(1, p), (2, p), (3, p)\}$
D. $\{(1, p), (2, q), (2, r), (3, p)\}$

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Komposisi • 13-1-03

Diketahui $f(x) = x^2 + 1$ dan $g(x) = 2x$. Hitung $(f \circ g)(3)$.

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Fungsi invers • 13-1-04

Mesin f menambahkan 5 pada setiap bilangan yang masuk. Apa yang dilakukan mesin inversnya, f^{-1} ?

- A. Membagi bilangan dengan 5.
B. Menambahkan 5 sekali lagi.
C. Mengalikan bilangan dengan -5 .
D. Mengurangi bilangan dengan 5.

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Domain • 13-2-01

Tentukan nilai x **terkecil** yang termasuk domain $f(x) = \sqrt{2x - 8}$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Fungsi invers • 13-2-02

Diketahui $f(x) = 4x - 7$. Hitung $f^{-1}(13)$.

Jawaban:

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Transformasi geser • 13-2-03

Grafik $y = x^2$ digeser 2 satuan ke **kiri**, lalu 5 satuan ke **bawah**. Persamaan grafik yang baru adalah...

- A. $y = (x - 2)^2 - 5$
B. $y = (x + 2)^2 - 5$
C. $y = (x + 2)^2 + 5$
D. $y = x^2 - 3$

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Konversi suhu • 13-2-04

Resep kue dari luar negeri meminta oven bersuhu 356°F . Dengan rumus $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, berapa derajat Celsius suhu oven itu?Jawaban: $^\circ\text{C}$

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Komposisi dalam belanja • 13-3-01

Harga sepatu Rp240.000. Toko memberi diskon 25% dan voucher potongan Rp30.000. Jika diskon dipakai lebih dulu, lalu voucher, harganya A . Jika voucher dipakai lebih dulu, lalu diskon, harganya B . Berapa rupiah $B - A$?

Jawaban: rupiah

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Mencari fungsi dalam komposisi • 13-3-02

Diketahui $f(x) = 2x + 1$ dan $(f \circ g)(x) = 6x - 5$. Fungsi $g(x)$ adalah...

A. $3x - 2$

C. $3x - 3$

B. $6x - 6$

D. $12x - 9$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Invers fungsi pecahan • 13-3-03

Diketahui $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$, $x \neq 1$. Hitung $f^{-1}(5)$.

Jawaban:

12. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Asimtot • 13-3-04

Asimtot tegak dan asimtot datar grafik $f(x) = \frac{4x-1}{2x+6}$ berturut-turut adalah...

A. $x = 3$ dan $y = 2$

C. $x = -6$ dan $y = -\frac{1}{6}$

B. $x = -3$ dan $y = 4$

D. $x = -3$ dan $y = 2$

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Komposisi • gaya IGCSE • 13-4-01

Diketahui $f(x) = 5 - 2x$ dan $g(x) = x^2 + 1$. Dalam notasi IGCSE, $fg(x)$ berarti $f(g(x))$. Hitung $fg(-2)$.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Fungsi invers • gaya IGCSE • 13-4-02

Diketahui $f(x) = 3x - 4$. Selesaikan persamaan $f(x) = f^{-1}(x)$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Transformasi titik • gaya IGCSE • 13-4-03

Titik $(4, -3)$ terletak pada grafik $y = f(x)$. Titik manakah yang **pasti** terletak pada grafik $y = 2f(x-1) + 5$?

A. $(5, -1)$

C. $(5, 4)$

B. $(3, -1)$

D. $(5, 2)$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Komposisi & invers • gaya IGCSE • 13-4-04

Diketahui $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x) = \frac{1}{x+1}$, $x \neq -1$.

- (a) **Tentukan** $gf(x)$ dalam bentuk paling sederhana.
 - (b) **Tentukan** $f^{-1}(x)$.
 - (c) **Selesaikan** $gf(x) = \frac{1}{5}$.
 - (d) **Jelaskan** mengapa $x = 1$ harus dikeluarkan dari domain gf .
-
-

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Asimtot invers • gaya IB • 13-5-01

Diketahui $f(x) = \frac{2x+5}{x-1}$, $x \neq 1$. Grafik $y = f^{-1}(x)$ mempunyai asimtot tegak $x = q$ dan asimtot datar $y = p$. Tentukan $p + q$.

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Rangkaian transformasi • gaya IB • 13-5-02

Grafik $y = \sqrt{x}$ ditransformasikan berturut-turut: regang tegak dengan faktor 3, geser 4 satuan ke kanan, lalu geser 2 satuan ke bawah. Hasilnya grafik $y = g(x)$. Hitung $g(13)$.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Domain komposisi • gaya IB • 13-5-03

Diketahui $f(x) = \sqrt{x-1}$ dan $g(x) = 5 - x^2$. Domain terbesar dari $(f \circ g)(x)$ adalah...

- | | |
|-----------------------|-------------------------------------|
| A. $x \geq 1$ | C. $x \leq -2$ atau $x \geq 2$ |
| B. $-2 \leq x \leq 2$ | D. $-\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$ |

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Model tarif berjenjang • gaya IB • 13-5-04

Sebuah PDAM memakai tarif berjenjang (angka rekaan): biaya beban Rp10.000 per bulan; 10 m³ pertama Rp2.000/m³; pemakaian di atas 10 m³ sampai 20 m³ Rp3.500/m³; di atas 20 m³ Rp5.000/m³. Misalkan $T(v)$ adalah tagihan (rupiah) untuk pemakaian v m³.

(a) Hitung $T(8)$ dan $T(25)$.

(b) Tuliskan $T(v)$ sebagai fungsi sepotong-sepotong dan tunjukkan bahwa grafiknya tidak melompat di $v = 10$ dan $v = 20$.

(c) Jelaskan mengapa T mempunyai invers, lalu hitung $T^{-1}(67.500)$ dan tafsirkan artinya.

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Persamaan fungsional • gaya olimpiade • 13-6-01

Fungsi f memenuhi $f(x+1) = f(x) + 2x + 1$ untuk setiap bilangan real x , dan $f(0) = 3$. Tentukan $f(10)$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Persamaan fungsional • gaya olimpiade • 13-6-02

Fungsi f memenuhi $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ untuk setiap $x \neq 0$. Tentukan $f(2)$.

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Komposisi berulang • gaya olimpiade • 13-6-03

Diketahui $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Notasi $f^{[n]}$ berarti f dikomposisikan dengan dirinya sendiri sebanyak n kali, misalnya $f^{[2]}(x) = f(f(x))$. Nilai $f^{[2026]}(2)$ adalah...

- A. $\frac{1}{2}$
B. 2

- C. -1
D. -2026

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Involusi • gaya olimpiade • 13-6-04

Fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ disebut *involusi* jika $f(f(x)) = x$ untuk setiap x .

(a) Buktikan bahwa involusi selalu satu-satu dan $f^{-1} = f$.

(b) Buktikan bahwa grafik involusi simetris terhadap garis $y = x$.

(c) Buktikan bahwa satu-satunya involusi yang **naik** (jika $a < b$ maka $f(a) < f(b)$) adalah $f(x) = x$. Berikan pula satu contoh involusi lain.

14 Eksponen & Logaritma

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pertumbuhan eksponensial • 14-1-01

Sebuah bakteri membelah menjadi dua setiap jam. Jika mula-mula ada 1 bakteri, berapa banyak bakteri setelah 3 jam?

- A. 6
B. 8
C. 9
D. 4

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Arti pangkat • 14-1-02

Nilai 2^5 adalah...

- A. 10
B. 25
C. 7
D. 32

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Logaritma basis 10 • 14-1-03

Tentukan nilai $\log_{10} 1000$.

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Menyusut separuh • 14-1-04

Ayu memotong selembar kertas menjadi dua bagian sama besar, lalu memotong salah satu potongannya menjadi dua lagi, dan seterusnya. Setelah 3 kali memotong, potongan terkecil berukuran berapa bagian dari kertas semula?

- A. $\frac{1}{3}$
B. $\frac{1}{6}$
C. $\frac{1}{8}$
D. $\frac{1}{9}$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Waktu paruh obat • 14-2-01

Seorang pasien menerima 200 mg obat. Waktu paruh obat itu di dalam tubuh 4 jam. Berapa mg obat yang tersisa setelah 12 jam, jika tidak ada dosis tambahan?

Jawaban: mg

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Logaritma bernilai negatif • 14-2-02

Nilai $\log_2 \frac{1}{8}$ adalah...

- A. -3
B. 3
C. $\frac{1}{3}$
D. $-\frac{1}{3}$

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Persamaan eksponen sederhana • 14-2-03

Tentukan nilai x yang memenuhi $3^x = 81$.

Jawaban:

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Bunga majemuk • 14-2-04

Ayu menabung Rp2.000.000 di bank dengan bunga majemuk 10% per tahun. Berapa rupiah saldonya setelah 2 tahun, tanpa penarikan dan tanpa potongan?

Jawaban: rupiah

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Sifat-sifat logaritma • 14-3-01

Hitung nilai $\log_2 24 + \log_2 6 - \log_2 9$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Model pertumbuhan penduduk • 14-3-02

Penduduk sebuah kota 500.000 jiwa dan bertambah 2% setiap tahun. Model yang tepat untuk banyak penduduk P setelah t tahun adalah...

A. $P = 500.000 \cdot (1,2)^t$

C. $P = 500.000 \cdot (0,98)^t$

B. $P = 500.000 + 0,02t$

D. $P = 500.000 \cdot (1,02)^t$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Persamaan eksponen dengan substitusi • 14-3-03

Persamaan $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$ mempunyai dua penyelesaian. Berapa jumlah kedua penyelesaian itu?

Jawaban:

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Penanggalan karbon-14 • 14-3-04

Waktu paruh karbon-14 sekitar 5.730 tahun. Sepotong kayu kuno mengandung 25% karbon-14 dibandingkan kayu yang masih hidup. Perkirakan umur kayu itu.

Jawaban: tahun

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Penyusutan nilai • gaya IGCSE • 14-4-01

Sebuah mobil dibeli seharga Rp200 juta. Nilainya turun 15% setiap tahun (*depreciation*). **Hitung** nilai mobil setelah 3 tahun, dalam juta rupiah.

Jawaban: juta rupiah

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Persamaan eksponen • gaya IGCSE • 14-4-02

Selesaikan persamaan $2^{x+3} = \frac{1}{4}$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Asimtot grafik eksponen • gaya IGCSE • 14-4-03

Grafik $y = 5 \cdot 2^x - 3$ mempunyai asimtot datar (*horizontal asymptote*)...

A. $y = 0$

C. $x = -3$

B. $y = -3$

D. $y = 5$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Pertumbuhan pengguna aplikasi • gaya IGCSE • 14-4-04

Pada awal pengamatan, sebuah aplikasi belajar mempunyai 1.024 pengguna. Banyak pengguna bertambah 25% setiap bulan.

- Tunjukkan** bahwa banyak pengguna setelah 3 bulan adalah 2.000.
- Tuliskan** rumus banyak pengguna P setelah n bulan.
- Tentukan** setelah berapa bulan banyak pengguna pertama kali melebihi 10.000.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Model pendinginan • gaya IB • 14-5-01

Suhu teh (dalam °C) t menit setelah dituang dimodelkan oleh $T(t) = 25 + 65e^{-0,05t}$. Tentukan waktu yang dibutuhkan agar suhu teh turun menjadi 45°C. Bulatkan sampai 2 desimal.

Jawaban: menit

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Persamaan logaritma • gaya IB • 14-5-02

Selesaikan $\log_3(x+1) + \log_3(x-1) = 1$.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Menyatakan logaritma • gaya IB • 14-5-03

Diketahui $\log_a 2 = p$ dan $\log_a 3 = q$. Bentuk $\log_a \frac{18}{a}$ dalam p dan q adalah...

- | | |
|-----------------|--------------|
| A. $p + 2q - 1$ | C. $p + 2q$ |
| B. $2p + q - 1$ | D. $2pq - 1$ |

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Model kadar obat • gaya IB • 14-5-04

Konsentrasi suatu obat di dalam darah (mg/L) dimodelkan oleh $C(t) = 40e^{-kt}$, dengan t dalam jam sejak obat diberikan. Setelah 3 jam, konsentrasinya 20 mg/L.

- Tunjukkan bahwa $k = \frac{\ln 2}{3} \approx 0,231$.
- Hitung konsentrasi setelah 8 jam.
- Obat dianggap efektif selama $C \geq 5$ mg/L. Tentukan berapa jam obat itu efektif.
- Jelaskan arti waktu paruh dalam konteks ini.

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Banyak digit bilangan besar • gaya olimpiade • 14-6-01

Berapa banyak digit bilangan 5^{100} jika ditulis dalam basis sepuluh? Gunakan $\log 2 \approx 0,30103$.

Jawaban: digit

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Membandingkan bilangan besar • gaya olimpiade • 14-6-02

Misalkan $a = 2^{60}$, $b = 3^{40}$, dan $c = 7^{20}$. Urutan yang benar adalah...

A. $a < b < c$

C. $c < a < b$

B. $b < a < c$

D. $c < b < a$

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Pasangan pangkat • gaya olimpiade • 14-6-03

Ada berapa pasangan bilangan bulat positif (a, b) yang memenuhi $a^b = 2^{12}$?

Jawaban: pasangan

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Logaritma yang irasional • gaya olimpiade • 14-6-04

(a) Buktikan bahwa $\log_2 3$ adalah bilangan irasional.

(b) Tanpa kalkulator, tunjukkan bahwa $\frac{3}{2} < \log_2 3 < \frac{8}{5}$.

15 Barisan & Deret

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pola bilangan • 15-1-01

Tiga suku berikutnya dari barisan 2, 5, 8, 11, ... adalah...

- A. 13, 15, 17
B. 14, 17, 20
C. 14, 18, 22
D. 12, 13, 14

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mengenali barisan geometri • 15-1-02

Manakah yang merupakan barisan geometri?

- A. 2, 4, 6, 8, ...
B. 1, 4, 9, 16, ...
C. 3, 6, 12, 24, ...
D. 5, 10, 15, 20, ...

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Celengan mingguan • 15-1-03

Pada minggu pertama Dimas memasukkan Rp2.000 ke celengan. Setiap minggu berikutnya ia memasukkan Rp1.000 lebih banyak daripada minggu sebelumnya. Berapa rupiah yang ia masukkan pada minggu ke-10?

Jawaban: rupiah

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Beda barisan • 15-1-04

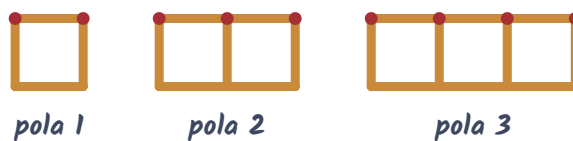
Beda barisan 20, 17, 14, 11, ... adalah...

- A. 3
B. 14
C. -6
D. -3

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Pola korek api • 15-2-01

Pola korek api di bawah ini terdiri atas 1, 2, dan 3 persegi yang berjajar. Berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk pola ke-10 (10 persegi berjajar)?



Jawaban: batang

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Deret 1 sampai n • 15-2-02

Pada hari ke-1 Ancil makan 1 butir kacang, pada hari ke-2 makan 2 butir, pada hari ke-3 makan 3 butir, dan seterusnya. Berapa butir kacang yang ia makan selama 60 hari?

Jawaban: butir

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Suku ke-n barisan geometri • 15-2-03

Suku ke-6 barisan geometri 3, 6, 12, ... adalah...

- A. 96
B. 48
C. 192
D. 18

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Penyusutan harga • 15-2-04

Harga sebuah motor bekas Rp20 juta. Setiap tahun harganya turun 10% dari harga tahun sebelumnya. Berapa harganya setelah 3 tahun? Tulis dalam juta rupiah.

Jawaban: juta rupiah

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kursi gedung pertunjukan • 15-3-01

Baris pertama sebuah gedung pertunjukan berisi 18 kursi. Setiap baris di belakangnya berisi 3 kursi lebih banyak daripada baris di depannya. Gedung itu memiliki 25 baris. Berapa banyak kursi seluruhnya?

Jawaban: kursi

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Jumlah kelipatan • 15-3-02

Hitunglah jumlah semua bilangan asli antara 1 dan 200 yang habis dibagi 7.

Jawaban:

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Dua suku barisan geometri • 15-3-03

Suku ke-2 sebuah barisan geometri adalah 6 dan suku ke-5 adalah 162. Suku ke-7 barisan itu adalah...

- | | |
|---------|---------|
| A. 486 | C. 4374 |
| B. 1458 | D. 729 |

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Lintasan bola memantul • 15-3-04

Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 10 m. Setiap kali memantul, bola mencapai $\frac{3}{5}$ tinggi sebelumnya. Berapa panjang seluruh lintasan bola sampai berhenti?

Jawaban: m

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Rumus suku ke- n • gaya IGCSE • 15-4-01

Barisan aritmetika 5, 9, 13, 17, ... memiliki suku ke- n berbentuk $U_n = pn + q$ (n th term). **Tentukan** rumus itu, lalu **hitung** nomor suku pertama yang nilainya lebih dari 200.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Apakah termasuk suku? • gaya IGCSE • 15-4-02

Manakah bilangan berikut yang merupakan suku barisan 3, 7, 11, 15, ...?

- | | |
|---------|---------|
| A. 2026 | C. 2027 |
| B. 2028 | D. 2029 |

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Barisan kuadrat • gaya IGCSE • 15-4-03

Perhatikan barisan 3, 8, 15, 24, 35, ...

Tunjukkan bahwa selisih kedua barisan ini tetap, lalu **tentukan** suku ke-20.

Jawaban:

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Deret geometri terbatas • gaya IGCSE • 15-4-04

Sebuah deret geometri memiliki suku pertama 80 dan rasio 0,5.

- (a) **Tuliskan** empat suku pertamanya.
- (b) **Hitung** jumlah enam suku pertama.
- (c) **Tunjukkan** bahwa jumlah n suku pertama tidak pernah mencapai 160.
- (d) **Tentukan** nilai n terkecil sehingga jumlah n suku pertama lebih dari 159.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Cicilan motor (anuitas) • gaya IB • 15-5-01

Pak Hasan meminjam Rp24 juta untuk membeli motor. Bunganya 1% per bulan (bunga efektif), dan pinjaman dilunasi dengan 24 angsuran bulanan yang sama besar, mulai sebulan setelah pinjaman diterima. Tentukan besar angsuran per bulan, dibulatkan ke ribuan rupiah terdekat.

Jawaban: rupiah

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Suku dari rumus jumlah • gaya IB • 15-5-02

Jumlah n suku pertama suatu barisan adalah $S_n = 3n^2 + 2n$ untuk setiap bilangan asli n . Tentukan suku ke-10 barisan itu.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Syarat konvergen • gaya IB • 15-5-03

Deret geometri tak hingga $1 + \frac{x-1}{2} + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + \dots$ konvergen jika dan hanya jika...

- | | |
|----------------|-----------------|
| A. $x < 3$ | C. $-3 < x < 1$ |
| B. $1 < x < 3$ | D. $-1 < x < 3$ |

Seorang pasien meminum 200 mg obat setiap 8 jam. Dalam setiap selang 8 jam, tubuh membuang 60% obat yang ada, sehingga tersisa 40%.

- Tunjukkan bahwa banyak obat dalam tubuh sesaat setelah dosis ke- n adalah $D_n = 200(1 + 0,4 + 0,4^2 + \dots + 0,4^{n-1})$.
 - Hitung D_5 .
 - Tentukan batas D_n untuk $n \rightarrow \infty$ dan jelaskan maknanya bagi pasien.
 - Setelah dosis ke berapa D_n pertama kali melebihi 99% dari batas itu?
-
-

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Deret teleskopik • gaya olimpiade • 15-6-01

Hitunglah $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 51}$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Barisan rekursif & teleskopik • gaya olimpiade • 15-6-02

Barisan (a_n) didefinisikan dengan $a_1 = 3$ dan $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$, sehingga $a_2 = 7$, $a_3 = 43$, dan seterusnya.

- Buktikan bahwa $a_{n+1} - 1 = a_n(a_n - 1)$.
 - Buktikan bahwa $\frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_n - 1} - \frac{1}{a_{n+1} - 1}$.
 - Buktikan bahwa $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{1}{2}$ untuk setiap n , dan bahwa jumlah tak hingganya tepat $\frac{1}{2}$.
-
-
-
-
-

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Jumlah bilangan berurutan • gaya olimpiade • 15-6-03

Bilangan 2025 dapat ditulis sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan dengan berbagai cara, misalnya $2025 = 1012 + 1013$. Ada berapa cara seluruhnya?

Jawaban: cara

24. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Bilangan segitiga & keterbagian • gaya olimpiade • 15-6-04

Tentukan bilangan asli n terkecil sehingga $1 + 2 + 3 + \dots + n$ habis dibagi 2025.

Jawaban:

16 Polinomial

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Derajat • 16-1-01

Derajat polinomial $P(x) = 5 + 3x^2 - 2x^4 + x$ adalah...

- A. 5
B. -2
C. 4
D. 3

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mengenali polinomial • 16-1-02

Manakah bentuk berikut yang **bukan** polinomial?

- A. $x^3 - 2x + 1$
B. $\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{3}$
C. 7
D. $2x^2 + \frac{3}{x}$

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Nilai polinomial • 16-1-03

Diketahui $P(x) = x^3 - 2x^2 + 5$. Berapakah $P(2)$?

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Bilangan sebagai polinomial • 16-1-04

Bilangan 3.207 dapat ditulis sebagai $P(10)$. Polinomial $P(x)$ yang tepat adalah...

- A. $3x^3 + 2x^2 + 7$
B. $3x^4 + 2x^3 + 7x$
C. $3x^3 + 2x^2 + 7x$
D. $3x^2 + 2x + 7$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Perkalian polinomial • 16-2-01

Jabarkan $(x + 3)(x^2 - 2x + 5)$. Berapakah koefisien x pada hasilnya?

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Teorema sisa • 16-2-02

Sisa pembagian $P(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ oleh $(x - 1)$ adalah...

- A. 8
B. 4
C. 2
D. 0

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Metode Horner • 16-2-03

Dengan metode Horner, bagilah $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ oleh $(x - 2)$. Berapakah koefisien x pada hasil baginya?

Jawaban:

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Teorema faktor • 16-2-04

Jika $(x + 2)$ adalah faktor dari $P(x)$, maka pasti...

- A. $P(2) = 0$
B. $P(0) = -2$
C. $P(0) = 2$
D. $P(-2) = 0$

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Mencari koefisien • 16-3-01

Tentukan nilai k agar $(x - 3)$ merupakan faktor dari $P(x) = x^3 - 4x^2 + kx - 6$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Volume kardus • 16-3-02

Dari karton berukuran 24 cm $\times$ 15 cm, dipotong persegi bersisi 3 cm di keempat pojoknya. Sisi-sisinya lalu dilipat menjadi kotak terbuka. Berapakah volume kotak itu?

Jawaban: cm³

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Sisa oleh pembagi kuadrat • 16-3-03

Jika $P(x)$ dibagi $(x - 1)$ bersisa 5 dan dibagi $(x + 2)$ bersisa -4 , maka sisa pembagian $P(x)$ oleh $x^2 + x - 2$ adalah...

A. $3x + 2$

C. $x + 4$

B. $2x + 3$

D. $-3x + 8$

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Berburu akar • 16-3-04

Tentukan akar **terbesar** dari persamaan $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$.

Jawaban:

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Teorema faktor • gaya IGCSE • 16-4-01

Diketahui $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 7x + 6$ dan $(x + 2)$ adalah faktor dari $f(x)$. **Tentukan** nilai a .

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Memfaktorkan kubik • gaya IGCSE • 16-4-02

Diketahui $f(x) = x^3 - 7x - 6$.

(a) **Tunjukkan** bahwa $(x + 1)$ adalah faktor dari $f(x)$.

(b) **Faktorkan** $f(x)$ sepenuhnya.

(c) **Selesaikan** persamaan $f(x) = 0$.

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Teorema sisa ($ax - b$) • gaya IGCSE • 16-4-03

Hitung sisa pembagian $2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ oleh $(2x - 1)$.

Jawaban:

16. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Akar kembar pada grafik • gaya IGCSE • 16-4-04

Grafik $y = (x - 1)^2(x + 3)$ dan sumbu- x ...

- A. memotong di $x = 1$, menyinggung di $x = -3$
- B. memotong di $x = -1$ dan $x = 3$
- C. menyinggung di $x = 1$, memotong di $x = -3$
- D. menyinggung di $x = -1$, memotong di $x = 3$

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Model volume kotak • gaya IB • 16-5-01

Sebuah kotak terbuka dibuat dari karton $40 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ dengan memotong persegi bersisi $x \text{ cm}$ di keempat pojoknya.

- (a) Tunjukkan bahwa volumenya $V(x) = 4x^3 - 130x^2 + 1000x$.
- (b) Tentukan domain x yang masuk akal dan jelaskan alasannya.
- (c) Hitung $V(4)$, $V(5)$, dan $V(6)$. Ukuran potongan mana yang terbaik di antara ketiganya?
- (d) Jelaskan mengapa $V(x)$ mendekati 0 di kedua ujung domain.

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Dua syarat, dua koefisien • gaya IB • 16-5-02

Polinomial $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$ mempunyai faktor $(x - 2)$ dan bersisa -12 jika dibagi $(x + 1)$.
Tentukan nilai b .

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Rumus Vieta • gaya IB • 16-5-03

Akar-akar persamaan $2x^3 - 6x^2 + 5x - 1 = 0$ adalah α , β , dan γ . Nilai $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$ adalah...

- | | |
|---------|------------------|
| A. -5 | C. $\frac{5}{2}$ |
| B. 5 | D. 3 |

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Kubik dari grafiknya • gaya IB • 16-5-04

Grafik fungsi kubik $y = f(x)$ memotong sumbu- x di -2 , 1 , dan 4 , serta memotong sumbu- y di $(0, 16)$.
Tentukan $f(3)$.

Jawaban:

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Sisa pangkat besar • gaya olimpiade • 16-6-01

Sisa pembagian $x^{2026} + 2x^{2025} - 3$ oleh $x^2 - 1$ adalah...

- | | |
|--------------|-------------|
| A. $-2x + 2$ | C. 0 |
| B. $2x + 2$ | D. $2x - 2$ |

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Akar barisan geometri • gaya olimpiade • 16-6-02

Ketiga akar persamaan $x^3 - 14x^2 + kx - 64 = 0$ adalah bilangan real yang membentuk barisan geometri. Tentukan k .

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Polinomial yang hampir identitas • gaya olimpiade • 16-6-03

$P(x)$ adalah polinomial berderajat 3 dengan $P(1) = 1$, $P(2) = 2$, $P(3) = 3$, dan $P(4) = 5$. Tentukan $P(5)$.

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Tidak ada akar bulat • gaya olimpiade • 16-6-04

$P(x)$ adalah polinomial berkoefisien bulat dengan $P(0)$ dan $P(1)$ keduanya ganjil.

(a) Buktikan bahwa untuk bilangan bulat m dan n , selisih $P(m) - P(n)$ habis dibagi $m - n$.

(b) Buktikan bahwa $P(x)$ tidak mempunyai akar bulat.

17 Garis, Sudut & Segitiga

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Jenis sudut • 17-1-01

Sudut yang besarnya 135° termasuk sudut...

- | | |
|--------------|------------|
| A. lancip | C. tumpul |
| B. siku-siku | D. refleks |

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Sudut ketiga segitiga • 17-1-02

Dua sudut sebuah segitiga besarnya 50° dan 75° . Berapa derajat sudut ketiganya?

Jawaban: $^\circ$

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Sudut berpelurus • 17-1-03

Dua sudut saling berpelurus. Jika salah satunya 65° , sudut yang lain besarnya...

- | | |
|----------------|----------------|
| A. 25° | C. 295° |
| B. 115° | D. 65° |

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Sudut jarum jam • 17-1-04

Pada pukul 3.00, besar sudut terkecil antara jarum jam dan jarum menit adalah...

- | | |
|---------------|----------------|
| A. 30° | C. 180° |
| B. 45° | D. 90° |

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Sudut bertolak belakang • 17-2-01

Dua garis berpotongan. Dua sudut yang saling bertolak belakang besarnya $(5x - 18)^\circ$ dan $(3x + 12)^\circ$. Tentukan nilai x .

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Ketaksamaan segitiga • 17-2-02

Manakah tiga panjang lidi berikut yang **dapat** dirangkai menjadi sebuah segitiga?

- | | |
|----------------------|----------------------|
| A. 3 cm, 4 cm, 8 cm | C. 6 cm, 7 cm, 12 cm |
| B. 5 cm, 5 cm, 10 cm | D. 2 cm, 9 cm, 6 cm |

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Jumlah sudut poligon • 17-2-03

Berapa jumlah besar semua sudut dalam sebuah segi delapan?

Jawaban: $^\circ$

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Segitiga sama kaki • 17-2-04

Sebuah segitiga sama kaki memiliki sudut puncak 40° . Besar setiap sudut alasnya adalah...

- | | |
|---------------|----------------|
| A. 70° | C. 140° |
| B. 40° | D. 35° |

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kuda-kuda atap • 17-3-01

Kuda-kuda (rangka atap) sebuah rumah berbentuk segitiga sama kaki. Kemiringan atapnya, yaitu setiap sudut alas, 32° . Berapa besar sudut di puncak atap?

Jawaban: $^\circ$

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Sudut luar segitiga • 17-3-02

Pada segitiga ABC , sisi BC diperpanjang melewati C sampai titik D . Jika $\angle BAC = 48^\circ$ dan $\angle ACD = 115^\circ$, berapa besar $\angle ABC$?

Jawaban: $^\circ$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Poligon beraturan • 17-3-03

Setiap sudut dalam sebuah poligon beraturan besarnya 140° . Berapa banyak sisinya?

Jawaban: sisi

12. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Sudut jarum jam • 17-3-04

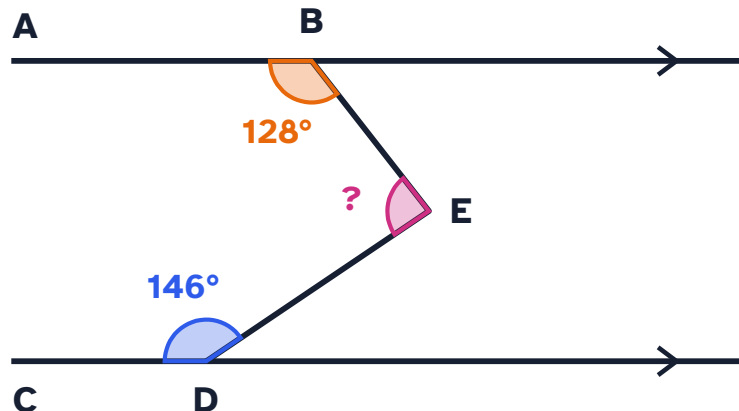
Pada pukul 4.30, besar sudut terkecil antara jarum jam dan jarum menit adalah...

- A. 45° C. 30°
B. 60° D. 75°

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Garis sejajar • gaya IGCSE • 17-4-01

Pada gambar (tidak berskala), AB sejajar CD . Titik E terletak di antara kedua garis, $\angle ABE = 128^\circ$, dan $\angle CDE = 146^\circ$. Hitung $\angle BED$.



Jawaban: $^\circ$

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Poligon beraturan • gaya IGCSE • 17-4-02

Setiap sudut dalam sebuah poligon beraturan besarnya 5 kali sudut luarnya. Tentukan banyak sisi poligon itu.

Jawaban: sisi

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Sudut dalam bentuk aljabar • gaya IGCSE • 17-4-03

Sudut-sudut sebuah segitiga adalah x° , $2x^\circ$, dan $3x^\circ$. Segitiga itu adalah segitiga...

- A. lancip
- B. tumpul
- C. sama sisi
- D. siku-siku

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Sudut segi lima • gaya IGCSE • 17-4-04

Sebuah segi lima memiliki sudut-sudut dalam x° , $(x + 20)^\circ$, $(x + 40)^\circ$, $2x^\circ$, dan $(2x - 10)^\circ$.

- (a) **Tunjukkan** bahwa jumlah sudut dalam segi lima adalah 540° .
- (b) **Hitung** nilai x .
- (c) **Tentukan** sudut terbesarnya, lalu **jelaskan** apakah segi lima itu cembung (semua sudut dalamnya kurang dari 180°).

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Jarum jam berimpit • gaya IB • 17-5-01

Diukur dari angka 12, posisi jarum jam pada m menit setelah pukul 3.00 adalah $H(m) = 90 + 0,5m$ derajat, sedangkan posisi jarum menit $M(m) = 6m$ derajat. Tentukan berapa menit setelah pukul 3.00 kedua jarum **pertama kali** berimpit. Berikan jawaban eksak atau dibulatkan dua desimal.

Jawaban: menit

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Pola ubin • gaya IB • 17-5-02

Pada sebuah pola ubin, di setiap titik pertemuan bertemu tepat satu persegi, satu segi enam beraturan, dan satu segi- n beraturan, tanpa celah dan tanpa tumpang tindih. Tentukan n .

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Barisan jumlah sudut • gaya IB • 17-5-03

Misalkan $S(n) = 180(n - 2)$ menyatakan jumlah sudut dalam segi- n (dalam derajat), $n \geq 3$. Pernyataan manakah yang **benar**?

- A. $S(2n) = 2S(n)$ untuk setiap $n \geq 3$
- B. Ada poligon yang jumlah sudut dalamnya 1.000°
- C. $S(3), S(4), S(5), \dots$ membentuk barisan aritmetika dengan beda 180
- D. Setiap sudut dalam segi- n beraturan makin kecil jika n makin besar

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Ubin poligon beraturan • gaya IB • 17-5-04

Lantai sebuah masjid akan ditutup dengan ubin segi- n beraturan yang semuanya sama, bertemu di titik-titik sudutnya tanpa celah.

(a) Tunjukkan bahwa besar sudut dalam segi- n beraturan adalah $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$.

(b) Jika k ubin bertemu di satu titik, tunjukkan bahwa $k = \frac{2n}{n-2} = 2 + \frac{4}{n-2}$.

(c) Simpulkan semua nilai n yang mungkin dan banyak ubin yang bertemu di setiap titik.

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Bintang tujuh • gaya olimpiade • 17-6-01

Sisi-sisi sebuah segi tujuh cembung diperpanjang sehingga terbentuk bintang bersudut tujuh: setiap ujung bintang dibentuk oleh perpanjangan dua sisi yang mengapit satu sisi segi tujuh. Berapa jumlah ketujuh sudut ujung bintang itu?

Jawaban:°

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Sudut lancip poligon • gaya olimpiade • 17-6-02

Paling banyak berapa sudut dalam yang **lancip** dapat dimiliki sebuah poligon cembung?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. tak terbatas, asalkan sisinya cukup banyak

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Kejar-sudut • gaya olimpiade • 17-6-03

Pada segitiga ABC , $AB = AC$. Titik D terletak pada sisi AC sehingga $AD = BD = BC$. Tentukan besar $\angle BAC$.

Jawaban:°

- (a) Dua garis sejajar dipotong sebuah garis transversal. Buktikan bahwa garis bagi dua sudut dalam sepihak saling tegak lurus.
- (b) Pada segitiga ABC , garis bagi $\angle B$ dan $\angle C$ berpotongan di titik I . Buktikan bahwa $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.
- (c) Gunakan (b) untuk menjelaskan mengapa $\angle BIC$ selalu tumpul.

18 Teorema Pythagoras

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Hipotenusa • 18-1-01

Pada segitiga siku-siku, sisi yang berhadapan dengan sudut siku-siku disebut...

- | | |
|------------------|-----------------|
| A. kaki segitiga | C. hipotenusa |
| B. sisi alas | D. garis tinggi |

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Tripel Pythagoras • 18-1-02

Manakah kelompok bilangan berikut yang merupakan tripel Pythagoras?

- | | |
|--------------|------------|
| A. 2, 3, 4 | C. 4, 5, 6 |
| B. 5, 12, 13 | D. 6, 7, 8 |

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Menghitung hipotenusa • 18-1-03

Sebuah segitiga siku-siku memiliki kaki 6 cm dan 8 cm. Berapa panjang hipotenusanya?

Jawaban: cm

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Makna teorema • 18-1-04

Pada segitiga siku-siku, persegi digambar pada kaki 3 cm, kaki 4 cm, dan hipotenusa 5 cm. Luas persegi pada hipotenusa sama dengan...

- A. luas persegi pada kaki 3 cm
- B. selisih luas kedua persegi kecil
- C. jumlah luas dua persegi pada kedua kaki
- D. dua kali luas persegi pada kaki 4 cm

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Tangga & tembok • 18-2-01

Tangga sepanjang 5 m bersandar pada tembok tegak. Kaki tangga berada 3 m dari tembok. Berapa tinggi ujung atas tangga dari lantai?

Jawaban: m

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Diagonal layar • 18-2-02

Layar sebuah ponsel berukuran 9 cm × 12 cm. Berapa panjang diagonal layarnya?

Jawaban: cm

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Kebalikan teorema • 18-2-03

Segitiga dengan panjang sisi 7 cm, 24 cm, dan 25 cm adalah segitiga...

- | | |
|--------------|--------------|
| A. lancip | C. tumpul |
| B. siku-siku | D. sama kaki |

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Jarak dua titik • 18-2-04

Berapa jarak antara titik $A(1, 2)$ dan $B(7, 10)$?

Jawaban: satuan

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Diagonal ruang • 18-3-01

Sebuah kardus berukuran $120\text{ cm} \times 30\text{ cm} \times 40\text{ cm}$. Berapa panjang tongkat terpanjang yang dapat dimasukkan lurus ke dalam kardus itu?

Jawaban: cm

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Jenis segitiga • 18-3-02

Segitiga dengan sisi 8 cm, 10 cm, dan 13 cm termasuk segitiga...

- A. lancip
B. siku-siku
C. tumpul
D. tidak dapat dibentuk

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Keliling & diagonal • 18-3-03

Sebuah persegi panjang memiliki keliling 34 cm dan diagonal 13 cm. Berapa luasnya?

Jawaban: cm^2

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Tali penyangga • 18-3-04

Tiang bendera setinggi 12 m ditopang dua tali dari puncak tiang ke dua patok di tanah. Setiap patok berjarak 5 m dari kaki tiang. Berapa total panjang kedua tali?

Jawaban: m

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Navigasi kapal • gaya IGCSE • 18-4-01

Sebuah kapal berlayar 7 km ke utara, lalu 24 km ke timur. **Hitung** jarak terpendek kapal dari titik awal.

Jawaban: km

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Koordinat • gaya IGCSE • 18-4-02

Titik P berkoordinat $(-3, 4)$ dan titik Q berkoordinat $(5, -2)$. **Hitung** panjang ruas garis PQ .

Jawaban: satuan

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Tinggi segitiga sama sisi • gaya IGCSE • 18-4-03

Sebuah segitiga sama sisi memiliki panjang sisi 10 cm. **Hitung** tingginya. Tuliskan jawaban dalam bentuk akar atau dibulatkan 3 angka penting.

Jawaban: cm

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Membuktikan siku-siku • gaya IGCSE • 18-4-04

Untuk setiap bilangan bulat $n > 1$, sebuah segitiga memiliki sisi $n^2 - 1$, $2n$, dan $n^2 + 1$.

(a) **Tunjukkan** bahwa segitiga itu selalu siku-siku.

(b) **Tuliskan** sisi-sisinya untuk $n = 2$ dan $n = 3$.

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Kerucut tumpeng • gaya IB • 18-5-01

Sebuah tumpeng berbentuk kerucut memiliki jari-jari alas 9 cm dan panjang garis pelukis (dari puncak ke tepi alas) 15 cm. Tentukan tinggi tumpeng.

Jawaban: cm

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Titik pada lingkaran • gaya IB • 18-5-02

Sebuah lingkaran berpusat di $(2, -1)$ dengan jari-jari 5. Titik $(5, k)$ terletak pada lingkaran itu dan $k > 0$. Tentukan k .

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Jarak 3D • gaya IB • 18-5-03

Jarak antara titik $A(1, 2, 3)$ dan $B(4, 6, 15)$ di ruang adalah...

A. 13

C. $\sqrt{109}$

B. 12

D. 15

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Lintasan semut • gaya IB • 18-5-04

Ruang kelas berbentuk balok $8 \text{ m} \times 6 \text{ m} \times 3 \text{ m}$. Seekor semut berada di pojok lantai A dan ingin menuju pojok langit-langit G yang berseberangan.

(a) Hitung panjang diagonal ruang AG .

(b) Semut hanya boleh berjalan di permukaan dinding, lantai, dan langit-langit. Dengan membuka balok menjadi jaring-jaring, tentukan panjang lintasan terpendek semut.

(c) Jelaskan mengapa garis lurus pada jaring-jaring menghasilkan lintasan terpendek di permukaan balok.

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Menghitung tripel • gaya olimpiade • 18-6-01

Ada berapa banyak segitiga siku-siku berbeda dengan panjang sisi bilangan asli yang salah satu **kakinya** 12?

Jawaban: segitiga

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Keliling & luas • gaya olimpiade • 18-6-02

Sebuah segitiga siku-siku memiliki keliling 30 dan luas 30. Panjang hipotenusanya adalah...

A. 12

C. 14

B. 13

D. 15

23. Lv 6 · Olimpiade · Isian · Titik di dalam persegi · gaya olimpiade · 18-6-03

Persegi $ABCD$ memiliki sisi 10. Titik P di dalam persegi memenuhi $PA = PB$, dan jarak P ke sisi CD sama dengan PA . Tentukan PA .

Jawaban:

24. Lv 6 · Olimpiade · Uraian · Tripel primitif tak hingga · gaya olimpiade · 18-6-04

Tripel Pythagoras (a, b, c) disebut primitif jika $\gcd(a, b, c) = 1$.

(a) Buktikan bahwa untuk bilangan asli $m > n$, bilangan $m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2$ membentuk tripel Pythagoras.

(b) Buktikan bahwa jika $\gcd(m, n) = 1$ dan $m - n$ ganjil, tripel tersebut primitif.

(c) Simpulkan bahwa ada tak hingga banyak tripel Pythagoras primitif.

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Keliling atau luas? • 19-1-01

Pak Darto ingin memasang pagar bambu di sekeliling kebunnya. Ukuran yang ia perlukan untuk menghitung panjang pagar adalah...

- | | |
|-------------------|-----------------------|
| A. luas kebun | C. diagonal kebun |
| B. keliling kebun | D. volume tanah kebun |

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Luas persegi panjang • 19-1-02

Lantai kamar Dimas berbentuk persegi panjang dengan panjang 4 m dan lebar 3 m. Berapa luas lantai kamar itu?

Jawaban: m²

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Keliling persegi • 19-1-03

Sebuah ubin berbentuk persegi dengan sisi 7 cm. Berapa kelilingnya?

- | | |
|----------|----------|
| A. 14 cm | C. 28 cm |
| B. 49 cm | D. 21 cm |

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Luas segitiga • 19-1-04

Sebuah segitiga memiliki alas 10 cm dan tinggi 6 cm. Luasnya adalah...

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| A. 30 cm ² | C. 16 cm ² |
| B. 60 cm ² | D. 30 cm |

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Luas jajargenjang • 19-2-01

Sebuah jajargenjang memiliki alas 12 cm, tinggi 5 cm, dan sisi miring 7 cm. Berapa luasnya?

Jawaban: cm²

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Luas trapesium • 19-2-02

Penampang saluran irigasi berbentuk trapesium dengan lebar dasar 8 dm, lebar permukaan 14 dm, dan kedalaman 6 dm. Berapa luas penampangnya?

Jawaban: dm²

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Luas layang-layang • 19-2-03

Kerangka layangan Ayu terdiri atas dua bilah bambu yang bersilangan tegak lurus, panjangnya 30 cm dan 48 cm. Berapa luas kertas yang menutupi layangan itu (tanpa lebihan lem)?

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| A. 1.440 cm ² | C. 360 cm ² |
| B. 78 cm ² | D. 720 cm ² |

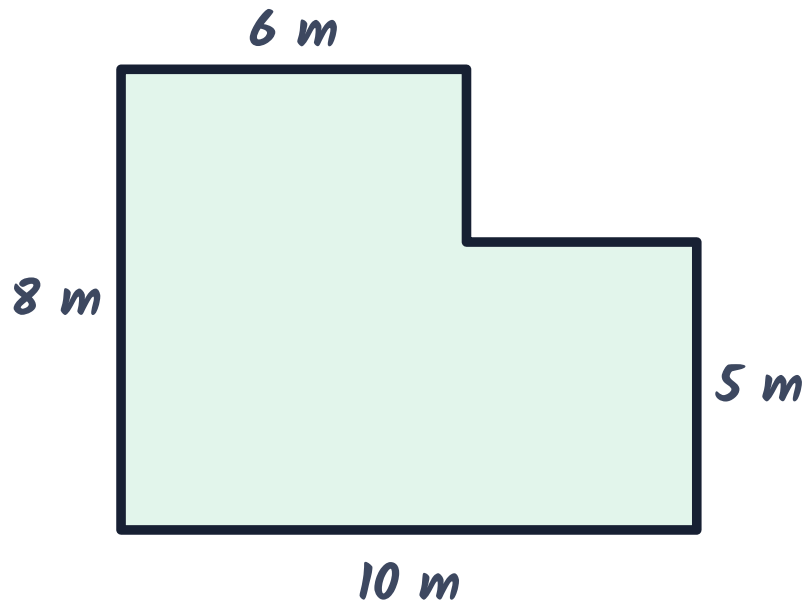
8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Ubin lantai • 19-2-04

Teras rumah berukuran 5 m × 4 m akan dipasang ubin persegi bersisi 50 cm. Berapa banyak ubin yang dibutuhkan?

Jawaban: ubin

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Keliling bangun gabungan • 19-3-01

Denah lantai di bawah ini berbentuk huruf L dan semua pojoknya siku-siku. Dua sisi lekukannya tidak diberi ukuran. Berapa keliling lantai itu?



Jawaban: m

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Rumus Heron • 19-3-02

Sebidang tanah berbentuk segitiga dengan sisi 17 m, 25 m, dan 28 m. Hitunglah luasnya.

Jawaban: m²

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Persegi panjang dari keliling • 19-3-03

Keliling sebuah persegi panjang 30 cm, dan panjangnya dua kali lebarnya. Luasnya adalah...

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| A. 50 cm ² | C. 56,25 cm ² |
| B. 200 cm ² | D. 100 cm ² |

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Belah ketupat & Pythagoras • 19-3-04

Sebuah belah ketupat memiliki sisi 13 cm dan salah satu diagonalnya 24 cm. Berapa luasnya?

Jawaban: cm²

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Trapesium sama kaki • gaya IGCSE • 19-4-01

Trapesium sama kaki $ABCD$ memiliki $AB \parallel DC$, $AB = 22$ cm, $DC = 12$ cm, dan $AD = BC = 13$ cm.

Hitung luas trapesium itu.

Jawaban: cm²

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Jalan di sekeliling taman • gaya IGCSE • 19-4-02

Sebuah taman persegi panjang berukuran 20 m × 12 m dikelilingi jalan setapak selebar 2 m di sebelah luarnya. **Hitung** luas jalan setapak itu.

Jawaban: m²

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Rumus tali sepatu • gaya IB • 19-5-04

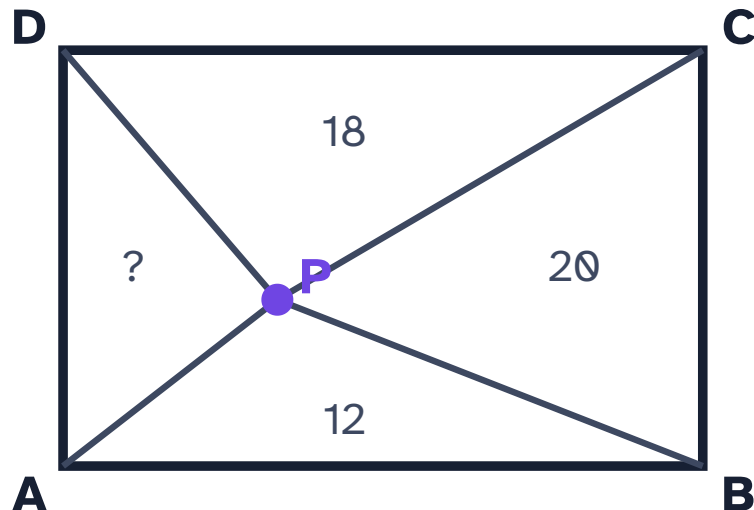
Sebidang tanah berbentuk segi empat dengan titik sudut $(0, 0)$, $(8, 0)$, $(10, 6)$, dan $(2, 9)$, dengan satuan panjang meter. Luas tanah itu adalah...

- A. 126 m^2 C. 54 m^2
B. 72 m^2 D. 63 m^2

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Titik di dalam persegi panjang • gaya olimpiade • 19-6-01

Titik P terletak di dalam persegi panjang $ABCD$. Luas segitiga PAB , PBC , dan PCD berturut-turut 12 cm^2 , 20 cm^2 , dan 18 cm^2 . Berapa luas segitiga PDA ?



Jawaban: cm^2

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Pick terbalik • gaya olimpiade • 19-6-02

Berapa banyak titik letis (titik dengan kedua koordinat bilangan bulat) yang terletak **di dalam** segitiga dengan titik sudut $(0, 0)$, $(20, 0)$, dan $(0, 15)$, tidak termasuk titik pada sisi-sisinya?

Jawaban: titik

23. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Segitiga di dalam segitiga • gaya olimpiade • 19-6-03

Segitiga ABC luasnya 63 cm^2 . Titik D , E , dan F berturut-turut terletak pada BC , CA , dan AB sehingga $BD : DC = CE : EA = AF : FB = 1 : 2$. Luas segitiga DEF adalah...

- A. 7 cm^2 C. 28 cm^2
B. 21 cm^2 D. 42 cm^2

- (a) Buktikan bahwa di antara semua persegi panjang dengan keliling K , persegi memiliki luas terbesar.
- (b) Buktikan pula bahwa di antara semua persegi panjang dengan luas L , persegi memiliki keliling terkecil.
- (c) Sebidang sawah persegi panjang luasnya 900 m^2 . Berapa panjang pematang keliling terpendek yang mungkin?

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Unsur lingkaran • 20-1-01

Ruas garis dari pusat lingkaran ke sebuah titik pada lingkaran disebut...

- | | |
|--------------|---------------|
| A. diameter | C. tali busur |
| B. jari-jari | D. busur |

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Juring • 20-1-02

Daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua jari-jari dan sebuah busur disebut...

- | | |
|--------------|---------------|
| A. juring | C. apotema |
| B. tembereng | D. tali busur |

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Jari-jari & diameter • 20-1-03

Garis tengah (diameter) sebuah tutup panci 24 cm. Berapa panjang jari-jarinya?

Jawaban: cm

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Keliling • 20-1-04

Keliling roda sepeda yang berdiameter 70 cm adalah... ($\pi = \frac{22}{7}$)

- | | |
|-----------|-------------|
| A. 110 cm | C. 3.850 cm |
| B. 440 cm | D. 220 cm |

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Luas lingkaran • 20-2-01

Sebuah tampah berbentuk lingkaran bergaris tengah 56 cm. Berapa luas permukaannya? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Jawaban: cm²

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Panjang busur • 20-2-02

Jarum menit sebuah jam panjangnya 14 cm. Berapa panjang lintasan ujung jarum menit selama 15 menit? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Jawaban: cm

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Sudut keliling • 20-2-03

Pada lingkaran berpusat O , sudut pusat $\angle AOB = 110^\circ$. Titik C terletak pada busur besar AB . Besar $\angle ACB$ adalah...

- | | |
|----------------|----------------|
| A. 110° | C. 55° |
| B. 220° | D. 125° |

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Keliling ke jari-jari • 20-2-04

Seutas kawat sepanjang 88 cm dibentuk menjadi sebuah lingkaran utuh. Berapa jari-jari lingkaran itu? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Jawaban: cm

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Putaran roda • 20-3-01

Roda sebuah motor berdiameter 60 cm berputar 2.000 kali tanpa selip. Berapa kilometer jarak yang ditempuh motor itu? ($\pi = 3,14$)

Jawaban: km

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Luas gelang lingkaran • 20-3-02

Sebuah lapangan berbentuk lingkaran bergaris tengah 40 m. Di sekeliling luar lapangan dibuat lintasan lari selebar 3 m. Berapa luas lintasan itu? ($\pi = 3,14$)

Jawaban: m²

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Luas tembereng • 20-3-03

Sebuah juring dari lingkaran berjari-jari 21 cm memiliki sudut pusat 90°. Berapa luas tembereng yang dibatasi tali busur juring itu dan busurnya? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Jawaban: cm²

12. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Teorema Thales • 20-3-04

Titik A , B , dan C terletak pada sebuah lingkaran, dengan AB diameter. Jika $AC = 6$ cm dan $BC = 8$ cm, keliling lingkaran itu adalah...

- | | |
|---------------|---------------|
| A. 5π cm | C. 14π cm |
| B. 10π cm | D. 25π cm |

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Keliling juring • gaya IGCSE • 20-4-01

Sebuah juring (*sector*) dari lingkaran berjari-jari 9 cm memiliki sudut pusat 80°. **Hitung** keliling juring itu. Berikan jawaban dalam bentuk eksak atau dibulatkan 3 angka penting.

Jawaban: cm

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Garis singgung • gaya IGCSE • 20-4-02

Garis TA dan TB menyinggung lingkaran berpusat O di titik A dan B . Jari-jari lingkaran 5 cm dan $OT = 13$ cm. **Hitung** luas segi empat $OATB$.

Jawaban: cm²

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Segi empat tali busur • gaya IGCSE • 20-4-03

$ABCD$ adalah segi empat tali busur (*cyclic quadrilateral*) dengan $\angle ABC = (3x + 10)^\circ$ dan $\angle ADC = (2x - 5)^\circ$. **Tentukan** besar $\angle ADC$.

Jawaban: °

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Juring menjadi kerucut • gaya IGCSE • 20-4-04

Sebuah juring kertas memiliki jari-jari 10 cm dan sudut pusat 72° .

(a) **Tunjukkan** bahwa panjang busurnya 4π cm.

(b) **Hitung** luas juring dalam bentuk π .

(c) Kedua jari-jari juring direkatkan sehingga membentuk selimut kerucut tanpa tumpang tindih. **Hitung** jari-jari alas kerucut itu.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Juring dalam radian • gaya IB • 20-5-01

Sebuah juring berjari-jari r cm memiliki sudut pusat θ radian, dengan $0 < \theta < 2\pi$. Keliling juring itu 20 cm dan luasnya 16 cm^2 . Tentukan θ .

Jawaban: rad

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Kecepatan sudut • gaya IB • 20-5-02

Sebuah roda berjari-jari 0,3 m berputar dengan laju tetap 600 putaran per menit. Tentukan kelajuan sebuah titik di tepi roda dalam m/s. Berikan jawaban eksak atau 3 angka penting.

Jawaban: m/s

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Tembereng (radian) • gaya IB • 20-5-03

Pada lingkaran berjari-jari 6 cm, sebuah tali busur menghadap sudut pusat $\frac{\pi}{3}$ radian. Luas tembereng kecil yang dibatasi tali busur itu adalah...

A. $6\pi \text{ cm}^2$

C. $6\pi - 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$

B. $12\pi - 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$

D. $6\pi - 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Wiper kaca mobil • gaya IB • 20-5-04

Lengan wiper kaca depan mobil panjangnya 50 cm dan berputar pada porosnya sejauh $\frac{2\pi}{3}$ radian setiap sapuan. Karet wiper terpasang dari jarak 20 cm sampai 50 cm dari poros.

(a) Hitung panjang lintasan ujung lengan wiper dalam satu sapuan.

(b) Tunjukkan bahwa luas kaca yang disapu dalam satu sapuan adalah $700\pi \text{ cm}^2$.

(c) Wiper menyapu 45 kali per menit. Tentukan kelajuan rata-rata ujung lengan dalam m/s.

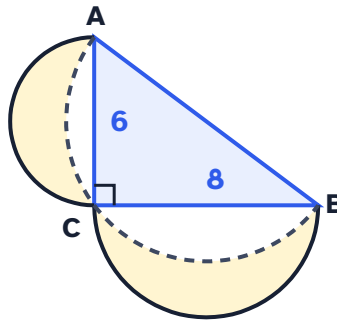
21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Lingkaran dalam • gaya olimpiade • 20-6-01

Sebuah segitiga siku-siku memiliki kaki 20 dan 21. Tentukan jari-jari lingkaran dalamnya (lingkaran yang menyinggung ketiga sisi).

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Bulan sabit Hippocrates • gaya olimpiade • 20-6-02

Segitiga ABC siku-siku di C dengan $AC = 6$ dan $BC = 8$. Setengah lingkaran digambar ke luar segitiga pada sisi AC dan BC , lalu setengah lingkaran dengan diameter AB digambar pada sisi yang memuat C (garis putus-putus). Tentukan jumlah luas kedua daerah berbentuk bulan sabit (kuning).



Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Tiga lingkaran bersinggungan • gaya olimpiade • 20-6-03

Tiga lingkaran berjari-jari 1 saling bersinggungan luar satu sama lain. Tentukan luas daerah kecil yang dikurung ketiga lingkaran itu (di antara ketiganya).

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Kuasa titik • gaya olimpiade • 20-6-04

Dua tali busur AB dan CD sebuah lingkaran berpotongan di titik P di dalam lingkaran.

(a) Buktikan bahwa $PA \cdot PB = PC \cdot PD$.

(b) Lingkaran itu berpusat O dan berjari-jari r , dengan $OP = d$. Buktikan bahwa $PA \cdot PB = r^2 - d^2$ untuk setiap tali busur AB yang melalui P .

21 Bangun Ruang: Luas Permukaan & Volume

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Jaring-jaring kubus • 21-1-01

Jaring-jaring sebuah kubus terdiri atas berapa persegi?

- A. 4
B. 6
C. 8
D. 12

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Volume kubus • 21-1-02

Sebuah dadu besar berbentuk kubus dengan panjang rusuk 5 cm. Berapa volumenya?

Jawaban: cm^3

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mengenal bangun ruang • 21-1-03

Bangun ruang yang alasnya lingkaran dan memiliki satu titik puncak, seperti tumpeng, disebut...

- A. tabung
B. bola
C. kerucut
D. limas segi empat

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Unsur balok • 21-1-04

Banyak rusuk sebuah balok (misalnya kardus mi instan) adalah...

- A. 6
B. 8
C. 10
D. 12

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Luas permukaan balok • 21-2-01

Sebuah kotak pensil berbentuk balok berukuran 8 cm $\times$ 5 cm $\times$ 3 cm. Berapa luas permukaannya?

Jawaban: cm^2

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Tandon & liter • 21-2-02

Tandon air berbentuk tabung dengan jari-jari alas 70 cm dan tinggi 100 cm. Berapa liter air yang dapat ditampungnya? (Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.)

Jawaban: liter

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Kerucut vs tabung • 21-2-03

Sebuah kerucut dan sebuah tabung memiliki jari-jari alas dan tinggi yang sama. Volume tabung 600 cm^3 . Volume kerucut adalah...

- A. 200 cm^3
B. 300 cm^3
C. 600 cm^3
D. 1.800 cm^3

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Volume bola • 21-2-04

Sebuah bola berjari-jari 3 cm. Berapa volumenya? Kamu boleh menjawab dalam π .

Jawaban: cm^3

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Dari volume ke luas • 21-3-01

Sebuah kubus bervolume 216 cm^3 . Berapa luas permukaannya?

Jawaban: cm^2

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Selimut kerucut • 21-3-02

Topi pesta berbentuk kerucut tanpa alas memiliki jari-jari 9 cm dan tinggi 12 cm. Berapa luas karton yang dibutuhkan (abaikan sambungan)? Boleh dijawab dalam π .

Jawaban: cm^2

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Faktor skala volume • 21-3-03

Dua galon air berbentuk sebangun. Tinggi galon besar 2 kali tinggi galon kecil. Galon kecil memuat 3 liter. Galon besar memuat...

A. 6 liter

C. 12 liter

B. 24 liter

D. 9 liter

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kenaikan permukaan air • 21-3-04

Sebuah tangki berbentuk tabung dengan jari-jari 50 cm berisi air. Sebuah bola besi berjari-jari 15 cm dimasukkan dan tenggelam seluruhnya (air tidak tumpah). Berapa cm permukaan air naik?

Jawaban: cm

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Luas permukaan prisma • gaya IGCSE • 21-4-01

Sebuah prisma tegak beralas segitiga siku-siku dengan kaki 6 cm dan 8 cm. Panjang prisma 15 cm. **Hitung** luas permukaan prisma.

Jawaban: cm^2

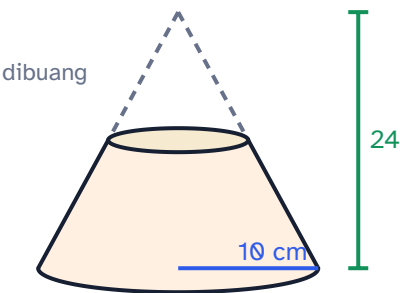
14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Melebur & mencetak ulang • gaya IGCSE • 21-4-02

Sebuah bola logam padat berjari-jari 6 cm dilebur, lalu seluruh logamnya dicetak menjadi kerucut-kerucut kecil yang berjari-jari alas 3 cm dan tinggi 4 cm. **Hitung** banyak kerucut yang dapat dibuat.

Jawaban: kerucut

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Kerucut terpancung • gaya IGCSE • 21-4-03

Sebuah kerucut berjari-jari alas 10 cm dan tinggi 24 cm dipotong sejajar alasnya tepat di tengah tingginya. Kerucut kecil di bagian atas dibuang, dan sisanya dipakai sebagai pot bunga (lihat gambar). **Hitung** volume pot. Boleh dijawab dalam π .



Jawaban: cm³

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Kaleng sebangun • gaya IGCSE • 21-4-04

Dua kaleng biskuit berbentuk tabung saling sebangun. Perbandingan luas permukaannya 9 : 16.

- (a) **Tentukan** perbandingan tinggi kedua kaleng.
- (b) **Tentukan** perbandingan volumenya.
- (c) Volume kaleng kecil 540 cm³. **Hitung** volume kaleng besar.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Optimasi kaleng • gaya IB • 21-5-01

Sebuah kaleng tertutup berbentuk tabung harus bervolume 500 cm³. Jari-jari alasnya r cm dan tingginya h cm.

- (a) Tunjukkan bahwa luas permukaannya $A = 2\pi r^2 + \frac{1000}{r}$.
- (b) Tentukan nilai r yang membuat A minimum, dan buktikan bahwa nilai itu memang minimum.
- (c) Tunjukkan bahwa pada ukuran optimum $h = 2r$, lalu hitung luas minimumnya.

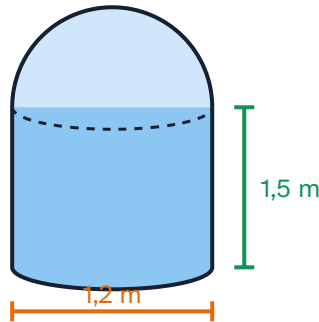
18. Lv 5 • IB DP • Isian • Laju terkait • gaya IB • 21-5-02

Air dituang ke dalam corong berbentuk kerucut terbalik (puncak di bawah) berjari-jari 6 cm dan tinggi 12 cm dengan laju $10 \text{ cm}^3/\text{detik}$. Seberapa cepat permukaan air naik ketika kedalamannya 8 cm? Jawab dalam cm/detik (3 angka penting).

Jawaban: cm/detik

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Pemodelan tandon • gaya IB • 21-5-03

Sebuah tandon dimodelkan sebagai tabung berdiameter 1,2 m dan tinggi 1,5 m dengan tutup berbentuk setengah bola berdiameter sama (lihat gambar). Hitung kapasitas tandon dalam liter, dibulatkan ke liter terdekat.



Jawaban: liter

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Persentase & skala • gaya IB • 21-5-04

Sebuah balon berbentuk bola ditiup sehingga luas permukaannya bertambah 44%. Volumennya bertambah...

- | | |
|--------|----------|
| A. 44% | C. 72,8% |
| B. 66% | D. 88% |

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Kubus dicat • gaya olimpiade • 21-6-01

Sebuah kubus kayu berukuran $10 \times 10 \times 10$ dicat merah di seluruh permukaannya, lalu dipotong menjadi 1.000 kubus satuan. Berapa banyak kubus satuan yang tepat **satu** sisinya bercat?

Jawaban: kubus

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Kubus dicat (kebalikan) • gaya olimpiade • 21-6-02

Kubus $n \times n \times n$ (dengan $n > 2$) dicat seluruh permukaannya lalu dipotong menjadi kubus satuan. Ternyata banyak kubus satuan yang tidak bercat sama dengan banyak kubus satuan yang tepat satu sisinya bercat. Tentukan n .

Jawaban:

23. Lv 6 · Olimpiade · Uraian · Euler & ketaksamaan · gaya olimpiade · 21-6-03

Buktikan bahwa tidak ada polihedron konveks yang memiliki tepat 7 rusuk.

24. Lv 6 · Olimpiade · Isian · Tetrahedron dalam kubus · gaya olimpiade · 21-6-04

Dari sebuah kubus kayu bersisi 6 cm, empat pojok yang tidak bersebelahan dipotong. Setiap potongan adalah limas segitiga yang ketiga rusuk tegak lurus sepanjang 6 cm. Sisanya adalah tetrahedron beraturan. Berapa volume tetrahedron itu?

Jawaban: cm^3

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kongruen • 22-1-01

Dua bangun yang bentuk **dan** ukurannya sama persis disebut...

- A. sebangun C. simetris
B. kongruen D. sejajar

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Faktor skala • 22-1-02

Pas foto berukuran 3 cm × 4 cm diperbesar dengan faktor skala 2. Berapa ukuran foto hasil perbesaran?

- A. 5 cm × 6 cm C. 6 cm × 8 cm
B. 6 cm × 4 cm D. 9 cm × 16 cm

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Tinggi dari bayangan • 22-1-03

Pada suatu siang, tongkat setinggi 1 m memiliki bayangan sepanjang 2 m. Pada saat yang sama, bayangan sebuah tiang sepanjang 10 m. Berapa tinggi tiang itu?

Jawaban: m

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Refleksi • 22-1-04

Bayangan titik $P(3, -2)$ oleh pencerminan terhadap sumbu- y adalah...

- A. $(-3, -2)$ C. $(-3, 2)$
B. $(3, 2)$ D. $(-2, 3)$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Sisi bersesuaian • 22-2-01

 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ dengan $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, dan $PQ = 9$ cm. Berapa panjang QR ?

Jawaban: cm

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Rotasi 90° • 22-2-02Titik $A(4, 1)$ dirotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0, 0)$. Bayangannya adalah...

- A. $(1, -4)$ C. $(1, 4)$
B. $(-4, -1)$ D. $(-1, 4)$

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Luas bangun sebangun • 22-2-03

Sebuah persegi panjang berukuran 4 cm × 6 cm dilatasi dengan faktor skala 1,5. Berapa luas bayangannya?

Jawaban: cm^2

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Persegi panjang sebangun • 22-2-04

Pasangan persegi panjang manakah yang sebangun?

- A. 2 cm × 3 cm dan 4 cm × 5 cm C. 4 cm × 6 cm dan 5 cm × 7 cm
B. 3 cm × 5 cm dan 6 cm × 10 cm D. 1 cm × 2 cm dan 2 cm × 3 cm

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Garis sejajar sisi • 22-3-01

Pada $\triangle ABC$, titik D terletak pada AB dan titik E pada AC sehingga $DE \parallel BC$. Diketahui $AD = 4$ cm, $DB = 6$ cm, dan $DE = 6$ cm. Berapa panjang BC ?

Jawaban: cm

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Metode cermin • 22-3-02

Ayu meletakkan cermin kecil mendatar di tanah. Ia berdiri sehingga cermin berada 2 m di depan kakinya, dan tepat pada posisi itu ia melihat puncak sebuah pohon di cermin. Mata Ayu 1,5 m di atas tanah, dan jarak cermin ke pangkal pohon 10 m. Berapa tinggi pohon?

Jawaban: m

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Komposisi transformasi • 22-3-03

Titik $P(2, -3)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$, lalu hasilnya ditranslasi oleh $T = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Bayangan akhirnya adalah...

- A. $(-2, 6)$ C. $(4, 2)$
B. $(1, 3)$ D. $(-3, 2)$

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Skala denah & luas • 22-3-04

Denah rumah digambar dengan skala 1 : 200. Luas kamar tidur pada denah 12 cm^2 . Berapa luas kamar sebenarnya dalam m^2 ?

Jawaban: m^2

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Volume bangun sebangun • gaya IGCSE • 22-4-01

Dua botol kecap berbentuk sebangun. Tinggi botol kecil 12 cm dan tinggi botol besar 18 cm. Volume botol kecil 320 ml. **Hitung** volume botol besar.

Jawaban: ml

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Rotasi dengan pusat lain • gaya IGCSE • 22-4-02

Titik $P(4, 3)$ dirotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $C(1, 2)$, menghasilkan $P'(a, b)$. **Tentukan** nilai $a + b$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Menjelaskan transformasi • gaya IGCSE • 22-4-03

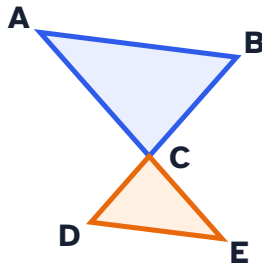
Segitiga A dengan titik sudut $(1, 1)$, $(3, 1)$, $(1, 2)$ dipetakan ke segitiga B dengan titik sudut $(-1, 1)$, $(-1, 3)$, $(-2, 1)$ (berurutan). **Jelaskan** selengkapnya transformasi tunggal yang memetakan A ke B .

- A. pencerminan terhadap sumbu- y
B. rotasi 90° searah jarum jam dengan pusat O
C. rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O
D. pencerminan terhadap garis $y = -x$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Segitiga sebangun bentuk X • gaya IGCSE • 22-4-04

Pada gambar, ruas AE dan BD berpotongan di C , dengan $AB \parallel DE$. Diketahui $AB = 9$ cm, $DE = 6$ cm, $AC = 7,5$ cm, dan $CD = 4$ cm.

- (a) **Tunjukkan** bahwa $\triangle ABC \sim \triangle EDC$.
- (b) **Hitung** CE .
- (c) **Hitung** BC .
- (d) **Tuliskan** perbandingan luas $\triangle EDC$ terhadap $\triangle ABC$.



Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Bayangan di bawah lampu jalan • gaya IB • 22-5-01

Lampu jalan berada di puncak tiang setinggi 6 m. Dimas (tinggi 1,5 m) berdiri d meter dari kaki tiang, dan bayangannya di tanah sepanjang s meter.

- (a) Tunjukkan bahwa $s = \frac{d}{3}$.
- (b) Dimas berjalan menjauhi tiang dengan kecepatan 1,2 m/s. Seberapa cepat bayangannya memanjang? Seberapa cepat ujung bayangannya bergerak?
- (c) Pada jarak berapa dari tiang bayangan Dimas sepanjang 2 m?

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Dilatasi dengan pusat P • gaya IB • 22-5-02

Titik $A(5, 3)$ didilatasi dengan pusat $P(2, 1)$ dan faktor skala $k = -2$, menghasilkan A' . Tentukan panjang AA' . Tuliskan dalam bentuk akar atau desimal tiga angka penting.

Jawaban: satuan

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Matriks transformasi • gaya IB • 22-5-03

Transformasi $M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ dikerjakan lebih dulu, kemudian dilanjutkan dengan $M_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Komposisinya sama dengan...

- A. rotasi 90° searah jarum jam dengan pusat O
- B. pencerminan terhadap garis $y = -x$
- C. rotasi 180° dengan pusat O
- D. rotasi 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Kamera lubang jarum • gaya IB • 22-5-04

Sebuah kamera lubang jarum berupa kotak sepanjang 20 cm: lubang kecil di satu sisi, layar di sisi seberangnya. Kamera diarahkan ke pohon setinggi 6 m yang berjarak 15 m dari lubang. Berapa tinggi bayangan pohon pada layar (dalam cm)?

Jawaban: cm

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Trapesium & diagonal • gaya olimpiade • 22-6-01

Trapesium $ABCD$ memiliki $AB \parallel DC$, $AB = 12$ cm, dan $DC = 4$ cm. Diagonal AC dan BD berpotongan di O . Luas $\triangle COD = 3$ cm². Berapa luas trapesium?

Jawaban: cm²

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Lintasan terpendek • gaya olimpiade • 22-6-02

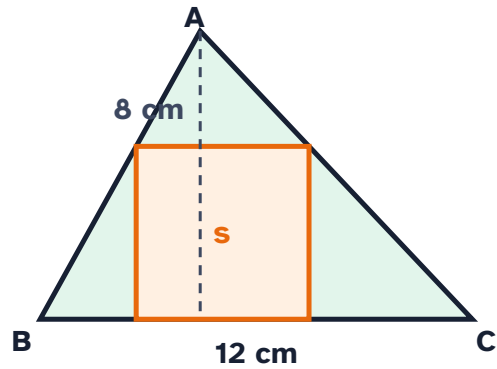
Titik P bergerak pada garis $y = x$. Diketahui $A(1, 4)$ dan $B(3, 7)$. Berapa nilai minimum $PA + PB$?

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Dua cermin berpotongan • gaya olimpiade • 22-6-03

- Garis ℓ_1 dan ℓ_2 berpotongan di O dan membentuk sudut θ (diukur dari ℓ_1 ke ℓ_2 , berlawanan arah jarum jam).
- (a) Buktikan bahwa pencerminan terhadap ℓ_1 dilanjutkan pencerminan terhadap ℓ_2 sama dengan rotasi berpusat O sebesar 2θ .
 - (b) Apa hasilnya jika urutan kedua pencerminan dibalik?
 - (c) Jelaskan mengapa kaleidoskop dengan dua cermin bersudut 60° menampilkan pola bersimetri putar orde 3.

Segitiga ABC memiliki alas $BC = 12$ cm dan tinggi 8 cm. Sebuah persegi diletakkan di dalam segitiga dengan satu sisi pada BC , sedangkan dua titik sudut lainnya masing-masing pada AB dan AC . Berapa panjang sisi persegi?



Jawaban: cm

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Titik tengah • 23-1-01

Titik tengah ruas garis yang menghubungkan $A(2, 4)$ dan $B(8, 10)$ adalah...

- A. $(6, 6)$ C. $(10, 14)$
 B. $(5, 7)$ D. $(3, 3)$

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Vektor dari dua titik • 23-1-02

Diketahui $A(1, 2)$ dan $B(4, 7)$. Vektor $\vec{AB}$ adalah...

- A. $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$
 B. $\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$
 C. $\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}$
 D. $\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Skalar dan vektor • 23-1-03

Manakah yang merupakan besaran **vektor**?

- A. massa sekarung beras 25 kg
 B. suhu udara Bandung 22 °C
 C. angin berkecepatan 20 km/jam ke arah timur laut
 D. lama perjalanan Jakarta-Bogor 2 jam

4. Lv 1 • Pemula • Isian • Panjang vektor • 23-1-04

Berapa panjang vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$?

Jawaban:

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Operasi vektor • 23-2-01

Jika $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, maka $2\vec{a} - \vec{b}$ adalah...

- A. $\begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
 B. $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 7 \\ -9 \end{pmatrix}$

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Titik pada lingkaran • 23-2-02

Titik $(k, 3)$ terletak pada lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ dan $k > 0$. Tentukan k .

Jawaban:

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Hasil kali titik • 23-2-03

Hitung $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Jawaban:

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Resultan kecepatan • 23-2-04

Perahu bergerak 8 km/jam ke utara terhadap air, sedangkan arus sungai mengalir 6 km/jam ke timur. Kelajuan perahu terhadap tepi sungai adalah...

A. 14 km/jam

C. 10 km/jam

B. 2 km/jam

D. 48 km/jam

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Ujung ruas dari titik tengah • 23-3-01

Titik $M(3, -1)$ adalah titik tengah ruas garis AB , dengan $A(-2, 4)$. Jika $B(p, q)$, hitung $p + q$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Bentuk umum lingkaran • 23-3-02

Tentukan jari-jari lingkaran $x^2 + y^2 - 8x + 6y - 11 = 0$.

Jawaban: satuan

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Vektor tegak lurus • 23-3-03

Vektor $\begin{pmatrix} k \\ 3 \end{pmatrix}$ tegak lurus vektor $\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$. Nilai k adalah...

A. $-4,5$

C. -2

B. 2

D. 0

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Sudut antarvektor • 23-3-04

Tentukan besar sudut (dalam derajat) antara $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Jawaban: °

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Vektor posisi titik tengah • gaya IGCSE • 23-4-01

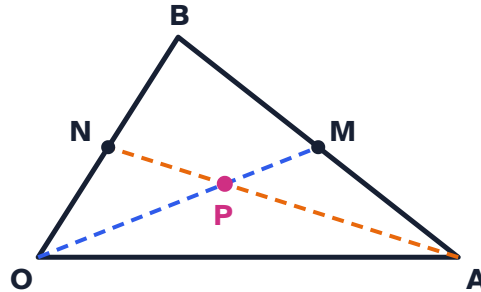
Diketahui $\vec{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ dan $\vec{OB} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$. M adalah titik tengah AB . **Hitung** $|\vec{OM}|$. Berikan jawaban dalam bentuk akar atau tiga angka penting.

Jawaban: satuan

14. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Vektor dalam segitiga • gaya IGCSE • 23-4-02

Dalam segitiga OAB , $\vec{OA} = \mathbf{a}$ dan $\vec{OB} = \mathbf{b}$. M adalah titik tengah AB , N adalah titik tengah OB , dan P terletak pada OM dengan $OP : PM = 2 : 1$.

- (a) **Nyatakan** $\vec{AB}$ dan $\vec{OM}$ dalam $\mathbf{a}$ dan $\mathbf{b}$.
 (b) **Tunjukkan** bahwa $\vec{OP} = \frac{1}{3}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$.
 (c) **Tunjukkan** bahwa A, P, N segaris, lalu **tentukan** $AP : PN$.



15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Lingkaran dari diameter • gaya IGCSE • 23-4-03

Ruas garis AB dengan $A(-1, 2)$ dan $B(7, 8)$ adalah diameter sebuah lingkaran. Persamaan lingkaran itu adalah...

- A. $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$ C. $(x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 25$
 B. $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 100$ D. $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$

16. Lv 4 • IGCSE • Isian • Perpindahan kapal • gaya IGCSE • 23-4-04

Kapal nelayan dari Pelabuhan Ratu berpindah sejauh $\begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$ km, kemudian $\begin{pmatrix} -4 \\ 10 \end{pmatrix}$ km. **Hitung** jarak kapal dari pelabuhan.

Jawaban: km

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Feri dan arus • gaya IB • 23-5-01

Sebuah feri menyeberangi selat selebar 24 km dari dermaga P di pantai selatan menuju dermaga Q yang tepat berseberangan di utara. Kelajuan feri terhadap air 25 km/jam, dan arus mengalir ke timur dengan kelajuan 7 km/jam. Ambil sumbu x ke timur dan sumbu y ke utara.

- Feri mengarahkan haluan tegak lurus ke utara. Tentukan kelajuan resultannya, waktu menyeberang, dan seberapa jauh ia mendarat dari Q .
 - Tentukan vektor kecepatan feri terhadap air agar feri tiba tepat di Q , serta waktu menyeberangnya.
 - Bandingkan kedua strategi dan jelaskan mengapa strategi (a) lebih cepat walaupun meleset.
-

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Jarak terdekat • gaya IB • 23-5-02

Sebuah mercusuar berada di titik asal O . Posisi kapal setelah t jam adalah $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ km.

Tentukan jarak terdekat kapal ke mercusuar.

Jawaban: km

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Vektor tiga dimensi • gaya IB • 23-5-03

Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ k \end{pmatrix}$ saling tegak lurus. Nilai k dan $|\vec{a}|$ berturut-turut adalah...

- | | |
|-----------------|------------------------|
| A. -1 dan 3 | C. -1 dan $\sqrt{5}$ |
| B. 1 dan 9 | D. 1 dan 3 |

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Panjang garis singgung • gaya IB • 23-5-04

Dari titik $P(8, 7)$ ditarik garis singgung ke lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$. Tentukan panjang ruas garis singgung dari P ke titik singgung.

Jawaban: satuan

21. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Teorema Varignon • gaya olimpiade • 23-6-01

$ABCD$ adalah sebarang segi empat (tidak harus beraturan). K, L, M, N berturut-turut titik tengah AB, BC, CD, DA . Buktikan dengan vektor bahwa $KLMN$ selalu jajargenjang, lalu tunjukkan bahwa kelilingnya sama dengan $AC + BD$.

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Titik letis pada lingkaran • gaya olimpiade • 23-6-02

Ada berapa titik (x, y) dengan x dan y bilangan bulat yang terletak pada lingkaran $x^2 + y^2 = 65$?

Jawaban: titik

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Minimum jumlah kuadrat jarak • gaya olimpiade • 23-6-03

Diketahui $A(0, 0)$, $B(6, 0)$, dan $C(0, 9)$. Untuk titik P di bidang, tentukan nilai terkecil dari $PA^2 + PB^2 + PC^2$.

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Tiga vektor satuan • gaya olimpiade • 23-6-04

Vektor satuan $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ memenuhi $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$. Hitung $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{u}$.

Jawaban:

24 Trigonometri Segitiga Siku-siku

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Nama perbandingan • 24-1-01

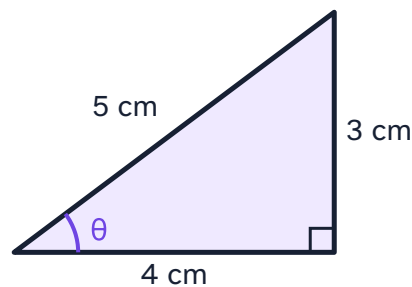
Pada segitiga siku-siku, perbandingan **sisi depan** sudut θ terhadap **sisi miring** disebut...

- A. $\cos \theta$
B. $\tan \theta$

- C. $\sin \theta$
D. $\frac{1}{\tan \theta}$

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Membaca segitiga 3-4-5 • 24-1-02

Segitiga siku-siku pada gambar memiliki sisi 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Sudut θ berhadapan dengan sisi 3 cm. Nilai $\sin \theta$ adalah...



- A. $\frac{3}{5}$
B. $\frac{4}{5}$

- C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{5}{3}$

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Sudut istimewa • 24-1-03

Berapakah nilai $\tan 45^\circ$?

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Sudut elevasi • 24-1-04

Dimas berdiri di lapangan dan menatap puncak tiang bendera. Sudut antara garis mendatar dan garis pandangnya yang mengarah **ke atas** disebut...

- A. sudut depresi
B. sudut elevasi

- C. sudut siku-siku
D. sudut refleksi

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Tali layangan • 24-2-01

Tali layangan sepanjang 40 m terentang lurus dan membentuk sudut 30° dengan garis mendatar. Berapa tinggi layangan di atas tangan Ayu?

Jawaban: m

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Trik 45° • 24-2-02

Ancil mundur dari pohon kelapa sampai puncaknya terlihat dengan sudut elevasi 45° . Saat itu jaraknya ke pohon 12 m dan tinggi matanya 1,5 m dari tanah. Berapa tinggi pohon kelapa?

Jawaban: m

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Nilai eksak • 24-2-03

Nilai $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ adalah...

- A. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{3}$
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Sudut ram • 24-2-04

Sebuah ram kursi roda naik setinggi 0,5 m sepanjang jarak mendatar 6 m. Berapa besar sudut kemiringannya terhadap tanah? Tulis dalam derajat, dibulatkan 1 desimal.

Jawaban: °

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Dua sudut elevasi • 24-3-01

Dari titik A , puncak sebuah menara terlihat dengan sudut elevasi 30° . Ayu berjalan 60 m lurus mendekati menara sampai titik B , dan sudut elevasinya menjadi 60° . Jika tinggi mata diabaikan, berapa tinggi menara?

Jawaban: m

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Dari sin ke tan • 24-3-02

Diketahui θ sudut lancip dan $\sin \theta = \frac{5}{13}$. Nilai $\tan \theta$ adalah...

- A. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{12}{5}$
B. $\frac{12}{13}$ D. $\frac{13}{5}$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Sudut depresi • 24-3-03

Dari puncak mercusuar setinggi 45 m di atas permukaan laut, penjaga melihat sebuah perahu nelayan dengan sudut depresi 30° . Berapa jarak perahu dari kaki mercusuar?

Jawaban: m

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Memakai identitas • 24-3-04

Diketahui θ sudut lancip dengan $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$. Tentukan nilai $\sin \theta \cos \theta$.

Jawaban:

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Menghitung sisi • gaya IGCSE • 24-4-01

Pada segitiga ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 7,2$ cm, dan $\angle ACB = 38^\circ$. **Hitung** panjang BC . Bulatkan sampai 3 angka penting.

Jawaban: cm

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Menghitung sudut • gaya IGCSE • 24-4-02

Sebuah tangga sepanjang 6,5 m bersandar pada tembok tegak. Kaki tangga berjarak 1,8 m dari tembok. **Hitung** sudut antara tangga dan lantai, dalam derajat dengan 1 desimal.

Jawaban: °

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Bagi dengan kosinus • gaya IB • 24-5-03

Diketahui θ sudut lancip dengan $\tan \theta = \frac{2}{3}$. Tentukan nilai $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$.

Jawaban:

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Menyederhanakan bentuk • gaya IB • 24-5-04

Untuk $0^\circ < \theta < 90^\circ$, bentuk $(1 - \cos^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta)$ sama dengan...

A. 1

B. $\sin^2 \theta$

C. $\tan^2 \theta$

D. $\cos^2 \theta$

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Sudut 15° tanpa kalkulator • gaya olimpiade • 24-6-01

Segitiga ABC siku-siku di C dengan $\angle A = 15^\circ$ dan sisi miring $AB = 8$. Tentukan luas segitiga ABC tanpa kalkulator.

Jawaban: satuan luas

22. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti $\tan 22,5^\circ$ • gaya olimpiade • 24-6-02

Pada segitiga ABC siku-siku di C dengan $AC = BC = 1$, perpanjang CA melewati A sampai titik D sehingga $AD = AB$.

(a) Buktikan bahwa $\angle BDC = 22,5^\circ$.

(b) Buktikan bahwa $\tan 22,5^\circ = \sqrt{2} - 1$.

(c) Tunjukkan bahwa $\tan 67,5^\circ = \sqrt{2} + 1$.

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Jumlah kuadrat sinus • gaya olimpiade • 24-6-03

Tentukan nilai $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ$.

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Persegi dan segitiga sama sisi • gaya olimpiade • 24-6-04

Persegi $ABCD$ bersisi 1. Titik E terletak di dalam persegi sehingga segitiga ABE sama sisi. Tentukan nilai eksak $\tan \angle ECD$.

Jawaban:

Aturan Sinus, Kosinus & Luas Segitiga

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 · Pemula · Pilihan ganda · Nama sisi dan sudut · 25-1-01

Pada segitiga ABC , sisi a adalah sisi yang...

- A. menghubungkan titik A dan B
B. berhadapan dengan sudut A
C. berhadapan dengan sudut C
D. selalu paling panjang

2. Lv 1 · Pemula · Pilihan ganda · Bearing · 25-1-02

Arah tenggara (tepat di tengah-tengah antara timur dan selatan) dinyatakan sebagai bearing...

- A. 045° C. 135°
B. 225° D. 315°

3. Lv 1 · Pemula · Isian · Luas $\frac{1}{2}ab \sin C$ · 25-1-03

Dua sisi sebuah segitiga panjangnya 6 cm dan 10 cm, dan sudut yang diapit kedua sisi itu 30° . Berapa luas segitiga tersebut? ($\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$)

Jawaban: cm²

4. Lv 1 · Pemula · Pilihan ganda · Kosinus & Pythagoras · 25-1-04

Jika sudut $C = 90^\circ$, aturan kosinus $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ berubah menjadi...

- A. $c^2 = a^2 + b^2$
B. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
C. $c = a + b$
D. $c^2 = a^2 - b^2$

Lv 2 • Penjelajah **SMP (Fase D)**

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Aturan sinus • 25-2-01

Pada segitiga ABC , $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, dan $a = 10$ cm. Hitung panjang b . Tuliskan dalam bentuk akar atau desimal.

Jawaban: cm

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Aturan kosinus • 25-2-02

Pada segitiga ABC , $a = 5$ cm, $b = 8$ cm, dan sudut apit $C = 60^\circ$. Berapa panjang c ?

Jawaban: cm

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Bearing balik • 25-2-03

Bearing kota B dari kota A adalah 070° . Bearing kota A dari kota B adalah...

- A. 110°
B. 160°
- C. 290°
D. 250°

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Memilih aturan • 25-2-04

Diketahui dua sisi sebuah segitiga dan sudut yang diapit kedua sisi itu. Untuk menghitung sisi ketiga, alat yang paling tepat adalah...

- A. aturan sinus
B. aturan kosinus
C. Teorema Pythagoras
D. tidak bisa ditentukan

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Navigasi kapal • 25-3-01

Sebuah kapal berlayar 15 km dari pelabuhan P pada bearing 040° ke titik Q , lalu 8 km pada bearing 160° ke titik R . Berapa jarak R dari pelabuhan?

Jawaban: km

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kasus ambigu • 25-3-02

Pada segitiga ABC , $\angle A = 40^\circ$, $b = 12$ cm, dan $a = 9$ cm. Ternyata ada dua segitiga yang memenuhi. Tentukan besar $\angle B$ pada segitiga yang sudut B -nya tumpul (dalam derajat, 2 desimal).

Jawaban: $^\circ$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Luas dari tiga sisi • 25-3-03

Sebidang lahan berbentuk segitiga dengan sisi 9 m, 10 m, dan 17 m. Hitung luas lahan itu.

Jawaban: m^2

12. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Sudut terbesar • 25-3-04

Sudut terbesar pada segitiga dengan sisi 7 cm, 8 cm, dan 13 cm adalah...

- | | |
|----------------|----------------|
| A. 90° | C. 120° |
| B. 100° | D. 150° |

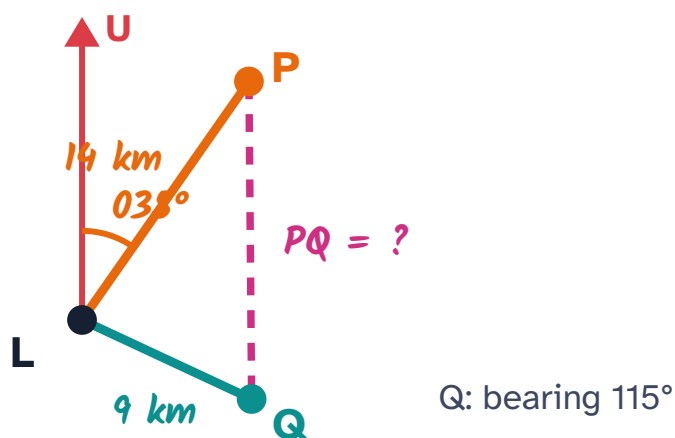
13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Aturan sinus: mencari sudut • gaya IGCSE • 25-4-01

Pada segitiga PQR , $PQ = 9$ cm, $QR = 7$ cm, dan $\angle PRQ = 72^\circ$. **Hitung** besar $\angle QPR$. Berikan jawaban dalam derajat, 1 desimal.

Jawaban: $^\circ$

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Bearing & aturan kosinus • gaya IGCSE • 25-4-02

Dari sebuah mercusuar L , pulau P berjarak 14 km pada bearing 035° , dan pulau Q berjarak 9 km pada bearing 115° . **Hitung** jarak antara kedua pulau, dibulatkan 2 desimal.



Jawaban: km

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Luas dengan sudut tumpul • gaya IGCSE • 25-4-03

Sebidang tanah berbentuk segitiga. Dua sisinya 45 m dan 32 m, dan sudut di antara kedua sisi itu 128° .

Hitung luas tanah tersebut, dibulatkan ke m^2 terdekat.

Jawaban: m^2

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Segitiga 5-7-8 • gaya IGCSE • 25-4-04

Segitiga ABC memiliki $AB = 8$ cm, $BC = 7$ cm, dan $AC = 5$ cm.

(a) **Tunjukkan** bahwa $\angle BAC = 60^\circ$.

(b) **Hitung** luas segitiga ABC dalam bentuk akar.

(c) **Hitung** jarak titik C ke garis AB .

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Kasus ambigu dengan aljabar • gaya IB • 25-5-01

Pada segitiga ABC , $AB = 10$ cm dan $\angle ABC = 30^\circ$. Panjang $AC = x$ cm dan panjang $BC = y$ cm.

(a) Tunjukkan bahwa untuk $x = 8$ ada dua segitiga berbeda yang memenuhi.

(b) Untuk $x = 8$, tunjukkan bahwa $y^2 - 10\sqrt{3}y + 36 = 0$, lalu tentukan kedua nilai y dalam bentuk eksak.

(c) Hitung selisih luas kedua segitiga tersebut.

(d) Tentukan semua nilai x yang menghasilkan tepat dua segitiga.

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Soal 3D: tinggi antenna • gaya IB • 25-5-02

Sebuah tiang antenna berdiri tegak di titik T pada tanah datar. Titik A dan B di tanah berjarak 60 m.

Diketahui $\angle TAB = 48^\circ$, $\angle TBA = 64^\circ$, dan sudut elevasi puncak antenna dari A adalah 25° . Tentukan tinggi antenna, dibulatkan 1 desimal.

Jawaban: m

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Pemodelan luas • gaya IB • 25-5-03

Petani membuat kandang segitiga dari dua sisi pagar sepanjang 30 m dan 40 m, dengan sudut θ di antara keduanya (sisi ketiga berupa tembok). Luas kandang harus 420 m^2 . Jika θ tumpul, tentukan θ dalam derajat, 2 desimal.

Jawaban: $^\circ$

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Lingkaran luar • gaya IB • 25-5-04

Sebuah segitiga memiliki sisi $a = 12$ cm dan sudut di depannya $A = 30^\circ$. Jari-jari lingkaran luar segitiga itu adalah...

- A. 12 cm
B. 6 cm
C. 24 cm
D. $6\sqrt{3}$ cm

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Panjang garis berat (Apollonius) • gaya olimpiade • 25-6-01

Pada segitiga ABC , titik M adalah titik tengah BC , dan $m = AM$ adalah garis berat dari A .

(a) Buktikan bahwa $b^2 + c^2 = 2m^2 + \frac{1}{2}a^2$.

(b) Gunakan hasil itu untuk menghitung panjang garis berat dari A pada segitiga dengan $a = 10$, $b = 8$, dan $c = 6$. Jelaskan mengapa hasilnya masuk akal.

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Titik di dalam segitiga sama sisi • gaya olimpiade • 25-6-02

Titik P terletak di dalam segitiga sama sisi ABC sehingga $PA = 5$, $PB = 12$, dan $PC = 13$. Tentukan panjang sisi segitiga itu (2 desimal).

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Dua kemungkinan dari luas • gaya olimpiade • 25-6-03

Sebuah segitiga memiliki dua sisi 10 dan 6, serta luas 24. Panjang sisi ketiga yang mungkin adalah...

- A. hanya 8
B. hanya $4\sqrt{13}$
C. tidak ada segitiga seperti itu
D. 8 atau $4\sqrt{13}$

24. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Identitas sisi • gaya olimpiade • 25-6-04

Pada segitiga ABC berlaku $(a + b + c)(a + b - c) = 3ab$. Tentukan besar sudut C dalam derajat.

Jawaban:°

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Lingkaran satuan • 26-1-01

Titik P terletak pada lingkaran satuan (berpusat di O , jari-jari 1). Ruas OP membentuk sudut θ dengan sumbu- x positif. Koordinat x titik P sama dengan...

- A. $\sin \theta$ C. $\cos \theta$
B. $\tan \theta$ D. θ

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Derajat & radian • 26-1-02

Setengah putaran (180°) sama dengan berapa radian?

- A. 1 C. 2π
B. π D. $\frac{\pi}{2}$

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Grafik sinus • 26-1-03

Tinggi kabin bianglala digambarkan oleh grafik $y = \sin x$. Berapa nilai **terbesar** dari $\sin x$?

- A. 1 C. 90
B. π D. tidak ada batasnya

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kuadran • 26-1-04

Sudut 300° terletak di kuadran...

- A. I C. III
B. II D. IV

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Derajat ke radian • 26-2-01

Ubah 150° ke dalam radian. (Kamu boleh menulis jawaban dengan π , misalnya $2\pi/3$.)

Jawaban: rad

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Sudut acuan • 26-2-02

Nilai $\sin 210^\circ$ adalah...

- A. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
B. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Periode • 26-2-03

Berapa derajat periode grafik $y = \sin 3x$ (dengan x dalam derajat)?

Jawaban: $^\circ$

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Panjang busur • 26-2-04

Roda gerobak bakso berjari-jari 30 cm berputar sebesar 2 radian. Berapa cm jarak yang ditempuh sebuah titik di tepi roda?

Jawaban: cm

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Model pasang surut • 26-3-01

Tinggi air laut di sebuah dermaga dimodelkan dengan $h(t) = 1,5 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 3$ meter, dengan t jam setelah pukul 00.00. Berapa tinggi air pada pukul 01.00?

Jawaban: m

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Identitas Pythagoras • 26-3-02

Diketahui $\sin \theta = \frac{3}{5}$ dan θ sudut tumpul (kuadran II). Nilai $\cos \theta$ adalah...

A. $\frac{4}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$

B. $-\frac{3}{4}$

D. $\frac{3}{4}$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Banyak penyelesaian • 26-3-03

Berapa banyak penyelesaian persamaan $2 \sin x = 1$ untuk $0^\circ \leq x \leq 720^\circ$?

Jawaban: penyelesaian

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Jumlah sudut • 26-3-04

Nilai eksak $\cos 75^\circ$ dapat dihitung sebagai $\cos(45^\circ + 30^\circ)$. Hitung nilainya (boleh dalam bentuk akar).

Jawaban:

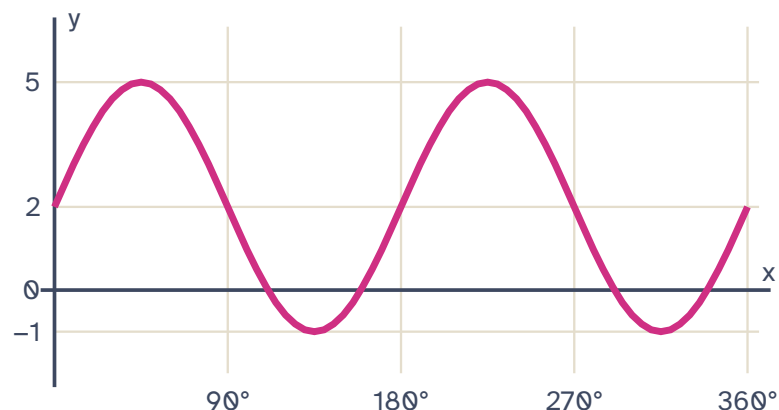
13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Persamaan trigonometri • gaya IGCSE • 26-4-01

Selesaikan persamaan $2 \cos x + 1 = 0$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Tuliskan penyelesaian yang **terbesar**.

Jawaban: °

14. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Membaca grafik • gaya IGCSE • 26-4-02

Gambar menunjukkan grafik $y = a \sin(bx) + c$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. **Tentukan** nilai a , b , dan c .



A. $a = 3, b = 2, c = 2$

C. $a = 3, b = \frac{1}{2}, c = 2$

B. $a = 6, b = 2, c = 2$

D. $a = 3, b = 2, c = -1$

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Luas juring • gaya IGCSE • 26-4-03

Kipas lipat berbentuk juring lingkaran berjari-jari 25 cm dengan sudut pusat 2,4 radian. **Hitung** luas kipas itu.

Jawaban: cm²

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Membuktikan identitas • gaya IGCSE • 26-4-04

- (a) **Tunjukkan** bahwa $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x$.
(b) Dengan hasil (a), **selesaikan** $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{3}{2}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Model bianglala • gaya IB • 26-5-01

Sebuah bianglala berdiameter 30 m. Porosnya berada 17 m di atas tanah, dan roda berputar satu kali dalam 80 detik. Dimas naik dari titik terendah pada $t = 0$.

- (a) Tunjukkan bahwa tinggi Dimas dapat dimodelkan oleh $h(t) = 17 - 15 \cos\left(\frac{\pi t}{40}\right)$.
(b) Hitung tinggi Dimas setelah 20 detik.
(c) Dalam satu putaran, berapa detik Dimas berada lebih dari 24,5 m di atas tanah?

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Membangun model • gaya IB • 26-5-02

Di sebuah pelabuhan, pasang tertinggi 4,2 m terjadi pukul 05.00 dan surut terendah 0,6 m terjadi pukul 11.00. Tinggi air dimodelkan dengan $h(t) = A \sin(B(t - C)) + D$, dengan t jam setelah pukul 00.00, $A > 0$, dan $0 \leq C < 12$. Tentukan tinggi air pada pukul 07.00 menurut model ini.

Jawaban: m

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Persamaan sudut rangkap • gaya IB • 26-5-03

Banyak penyelesaian persamaan $\sin 2x = \sin x$ untuk $0 \leq x < 2\pi$ adalah...

- | | |
|------|------|
| A. 1 | C. 3 |
| B. 2 | D. 4 |

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Bentuk R $\sin(x + \varphi)$ • gaya IB • 26-5-04

Tentukan nilai maksimum $f(x) = 5 \sin x + 12 \cos x$.

Jawaban:

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • $\cos 36^\circ$ dan $\cos 72^\circ$ • gaya olimpiade • 26-6-01

Hitung nilai eksak $\cos 36^\circ - \cos 72^\circ$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Jumlah kuadrat sinus • gaya olimpiade • 26-6-02

Hitung $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ$.

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Hasil kali kosinus • gaya olimpiade • 26-6-03

Nilai $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$ adalah...

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{1}{16}$

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti irasional • gaya olimpiade • 26-6-04

Buktikan bahwa $\tan 1^\circ$ adalah bilangan irasional.

(Petunjuk: $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$.)

27 Limit: Seni Mendekati

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Tabel mendekat • 27-1-01

Perhatikan tabel nilai fungsi f berikut.

x	2,9	2,99	2,999	3,001	3,01	3,1
$f(x)$	5,8	5,98	5,998	6,002	6,02	6,2

Jika x mendekati 3, nilai $f(x)$ mendekati...

- A. 3
- B. 5,9
- C. 6
- D. tidak dapat ditentukan, karena x tidak pernah sama dengan 3

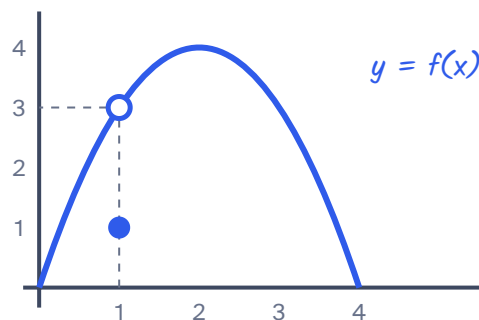
2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Mendekati tanpa menyentuh • 27-1-02

Ancil si Kancil ingin menyeberangi sungai selebar 8 m dengan melompat di punggung para buaya. Setiap lompatan menempuh **setengah** sisa jarak ke seberang: 4 m, lalu 2 m, lalu 1 m, dan seterusnya. Jika ia terus melompat, total jarak yang ditempuhnya mendekati...

- A. 7,5 m
- B. 8 m
- C. 16 m
- D. tidak mendekati bilangan apa pun

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Limit dari grafik • 27-1-03

Grafik fungsi f ditunjukkan di bawah. Ada titik kosong di $(1, 3)$ dan titik penuh di $(1, 1)$. Berapakah $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$?



- A. 3
- B. 1
- C. 2
- D. tidak ada, karena grafiknya terputus

4. Lv 1 • Pemula • Isian • Substitusi langsung • 27-1-04

Tentukan $\lim_{x \rightarrow 3} (2x + 1)$.

Jawaban:

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

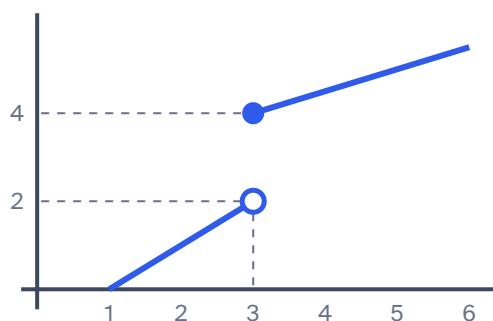
5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Faktorisasi • 27-2-01

Tentukan $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Limit kiri dan kanan • 27-2-02

Grafik fungsi f ditunjukkan di bawah: ada titik kosong di $(3, 2)$ dan titik penuh di $(3, 4)$. Pernyataan yang benar adalah...



A. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$

B. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$

C. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$

D. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ tidak ada

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Limit di tak hingga • 27-2-03

Tentukan $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 1}{2x - 5}$.

Jawaban:

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Tabel $\sin x / x$ • 27-2-04

Dengan kalkulator (mode radian), Ayu membuat tabel berikut. Untuk x negatif, hasilnya sama.

x	0,1	0,01	0,001
$\frac{\sin x}{x}$	0,99833	0,99998	0,9999998

Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ adalah...

A. 1

B. 0

C. 0,99

D. tidak ada, karena hasilnya $\frac{0}{0}$

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Faktorisasi • 27-3-01

Tentukan $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Perkalian sekawan • 27-3-02

Tentukan $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$.

Jawaban:

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Limit trigonometri • 27-3-03

Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$ adalah...

- A. 1
B. $\frac{5}{2}$
C. $\frac{2}{5}$
D. 0

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kontinuitas • 27-3-04

Fungsi $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x < 2 \\ 3x - 1, & x \geq 2 \end{cases}$ kontinu di $x = 2$. Tentukan a .

Jawaban:

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Biaya rata-rata • gaya IGCSE • 27-4-01

Sebuah pabrik tahu mengeluarkan biaya tetap Rp2.000.000 per hari dan biaya bahan Rp1.500 per potong.

Biaya rata-rata per potong jika membuat n potong adalah $A(n) = \frac{2.000.000 + 1.500n}{n}$ rupiah.

Hitung banyak potong tahu yang harus dibuat per hari agar biaya rata-ratanya tepat Rp1.600.

Jawaban: potong

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Asimtot • gaya IGCSE • 27-4-02

Diketahui $f(x) = \frac{3x - 6}{x + 2}, x \neq -2$.

- (a) **Tuliskan** persamaan asimtot tegak dan asimtot datar grafik f .
(b) Kedua asimtot berpotongan di titik (p, q) . **Hitung** $p + q$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Kontinuitas • gaya IGCSE • 27-4-03

Manakah fungsi yang **kontinu** di $x = 0$?

- A. $f(x) = \frac{1}{x}$
B. $f(x) = \frac{|x|}{x}$
C. $f(x) = x^2 + |x|$
D. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Tabel dan aljabar • gaya IGCSE • 27-4-04

Diberikan $g(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$.

- (a) **Tunjukkan** bahwa $g(2)$ tidak terdefinisi.
- (b) **Salin dan lengkapi** tabel nilai $g(x)$ untuk $x = 1,9; 1,99; 2,01; 2,1$.
- (c) **Tentukan** $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ secara aljabar.
- (d) **Jelaskan** bentuk grafik $y = g(x)$ di sekitar $x = 2$.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Bilangan e • gaya IB • 27-5-01

Tentukan $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$. Berikan jawaban eksak atau 4 angka penting.

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Bentuk $\infty - \infty$ • gaya IB • 27-5-02

Tentukan $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 + 12x} - 2x\right)$.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Limit trigonometri • gaya IB • 27-5-03

Tentukan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

Jawaban:

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Model pendinginan teh • gaya IB • 27-5-04

Segelas teh panas mendingin menurut model $T(t) = 27 + 63 \cdot 2^{-t/10}$, dengan T dalam $^{\circ}\text{C}$ dan t dalam menit.

- (a) Tentukan suhu awal teh.
- (b) Tentukan $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t)$ dan jelaskan maknanya dalam konteks ini.
- (c) Tentukan waktu yang diperlukan hingga suhu teh 34°C .
- (d) Menurut model, apakah teh pernah tepat mencapai suhu limit di (b)? Jelaskan.

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Deret teleskopik • gaya olimpiade • 27-6-01

Tentukan $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Akar bersarang • gaya olimpiade • 27-6-02

Barisan $a_1 = \sqrt{6}$, $a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$ mendefinisikan bilangan $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \cdots}}}$. Diketahui barisan ini konvergen. Tentukan limitnya.

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Luas poligon • gaya olimpiade • 27-6-03

Luas segi- n beraturan yang titik-titik sudutnya terletak pada lingkaran berjari-jari 1 adalah $L_n = \frac{n}{2} \sin \frac{2\pi}{n}$.

Nilai $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$ adalah...

A. 2π

C. $\frac{\pi}{2}$

B. 1

D. π

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti ε - δ • gaya olimpiade • 27-6-04

Definisi: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ ada $\delta > 0$ sehingga $0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$.

(a) Buktikan dengan definisi ini bahwa $\lim_{x \rightarrow 3} (4x - 5) = 7$.

(b) Buktikan bahwa $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$. (Petunjuk: batasi dulu $|x - 2| < 1$.)

28 Turunan: Laju Perubahan

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Laju harga • 28-1-01

Harga cabai rawit di sebuah pasar Rp40.000/kg pada hari Senin dan Rp52.000/kg pada hari Kamis. Berapa laju kenaikan rata-rata harganya per hari?

- A. Rp12.000 per hari
B. Rp4.000 per hari
C. Rp3.000 per hari
D. Rp13.000 per hari

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kemiringan garis • 28-1-02

Sebuah garis lurus melalui titik (0, 1) dan (2, 7). Berapa kemiringannya?

- A. 2
B. 6
C. 7
D. 3

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Kecepatan rata-rata • 28-1-03

Ayah Ayu mengendarai motor dan menempuh 45 km dalam 1,5 jam. Berapa kecepatan rata-ratanya?

Jawaban: km/jam

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Makna speedometer • 28-1-04

Angka yang ditunjuk jarum speedometer motor menyatakan...

- A. jarak total yang sudah ditempuh
B. kecepatan rata-rata sejak berangkat
C. kecepatan sesaat, pada saat itu juga
D. lama perjalanan

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Laju penduduk • 28-2-01

Penduduk sebuah kota tercatat 1.200.000 jiwa pada tahun 2020 dan 1.320.000 jiwa pada tahun 2025. Berapa laju pertambahan penduduk rata-rata per tahun?

Jawaban: jiwa/tahun

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Kemiringan tali busur • 28-2-02

Untuk $f(x) = x^2$, laju perubahan rata-rata f dari $x = 1$ sampai $x = 3$ adalah...

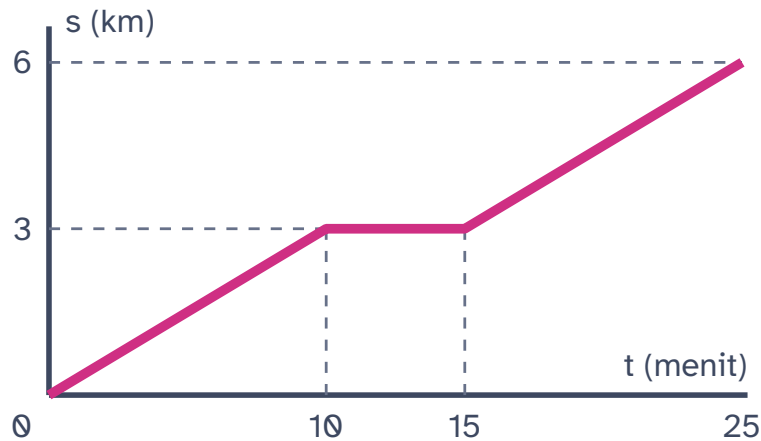
- A. 4
B. 8
C. 2
D. 6

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Kelapa jatuh • 28-2-03

Sebutir kelapa jatuh dari pohon. Jarak jatuhnya $s(t) = 5t^2$ meter setelah t detik (hambatan udara diabaikan). Berapa kecepatan rata-rata kelapa antara $t = 1$ dan $t = 2$ detik?

Jawaban: m/s

Grafik berikut menunjukkan jarak tempuh sebuah ojek terhadap waktu. Apa yang terjadi antara menit ke-10 dan menit ke-15?



- A. Ojek melaju dengan kecepatan tinggi
- B. Ojek berbalik arah menuju pangkalan
- C. Ojek berhenti; kecepatannya nol
- D. Ojek terus menambah kecepatan

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Aturan pangkat • 28-3-01

Diketahui $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x - 7$. Tentukan $f'(1)$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Aturan rantai • 28-3-02

Turunan $y = (2x + 1)^5$ adalah...

- A. $5(2x + 1)^4$
- B. $10(2x + 1)^5$
- C. $5(2x + 1)^4 \cdot 2x$
- D. $10(2x + 1)^4$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Garis singgung • 28-3-03

Garis singgung kurva $y = x^3 - 4x$ di titik yang absisnya 2 memotong sumbu- y di titik $(0, c)$. Tentukan c .

Jawaban:

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Laju harga cabai • 28-3-04

Menjelang hari raya, harga cabai dimodelkan dengan $H(t) = 30 + 4t - 0,2t^2$ ribu rupiah per kg, dengan t dalam hari ($0 \leq t \leq 10$). Berapa laju perubahan harga tepat pada hari ke-5?

Jawaban: ribu rupiah/kg per hari

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Gradien kurva • gaya IGCSE • 28-4-01

Sebuah kurva memiliki persamaan $y = 2x^3 - 5x^2 + 4$. **Hitung** gradien kurva (*gradient of the curve*) di titik yang absisnya $x = 2$.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Mencari titik dari gradien • gaya IGCSE • 28-4-02

Diketahui kurva $y = x^2 - 6x + 11$. **Tentukan** absis titik pada kurva yang gradien garis singgungnya 4.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Pangkat negatif • gaya IGCSE • 28-4-03

Jika $y = \frac{4}{x^2}$, maka $\frac{dy}{dx}$ adalah...

A. $\frac{8}{x^3}$

B. $-\frac{8}{x^3}$

C. $-\frac{8}{x}$

D. $\frac{2}{x}$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Garis singgung berstruktur • gaya IGCSE • 28-4-04

Kurva C memiliki persamaan $y = x^3 - 3x + 2$.

(a) **Tunjukkan** bahwa persamaan garis singgung C di titik $(2, 4)$ adalah $y = 9x - 14$.

(b) Garis singgung C di titik Q yang lain sejajar dengan garis pada (a). **Tentukan** koordinat Q .

(c) **Tentukan** koordinat titik-titik pada C yang garis singgungnya mendatar.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Aturan hasil kali • gaya IB • 28-5-01

Diketahui $f(x) = x^2 e^x$. Tentukan nilai eksak $f'(1)$.

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Rantai dengan logaritma • gaya IB • 28-5-02

Diketahui $g(x) = \ln(3x^2 + 1)$. Tentukan $g'(1)$.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Aturan hasil bagi • gaya IB • 28-5-03

Turunan $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ adalah...

A. $\frac{7}{(x+3)^2}$

B. 2

C. $\frac{4x+5}{(x+3)^2}$

D. $-\frac{7}{(x+3)^2}$

Penduduk sebuah negara dimodelkan dengan $P(t) = 280 e^{0,011t}$ juta jiwa, dengan t dalam tahun sejak awal 2024. (Model ini hanya untuk latihan, bukan proyeksi resmi.)

- Tentukan $P'(t)$.
- Hitung $P'(0)$ dan jelaskan maknanya dalam konteks soal, lengkap dengan satuannya.
- Tunjukkan bahwa $\frac{P'(t)}{P(t)}$ bernilai tetap, lalu tafsirkan nilai itu.
- Menurut model ini, kapan laju pertumbuhan penduduk mencapai 3,5 juta jiwa per tahun?

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

- Buktikan bahwa $e^x \geq 1 + x$ untuk semua bilangan real x , dengan kesamaan hanya ketika $x = 0$.
- Simpulkan bahwa $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < e$ untuk setiap bilangan asli n .
- Gunakan (a) untuk membuktikan bahwa $\ln x \leq x - 1$ untuk semua $x > 0$.

Misalkan $f(x) = x(x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-10)$. Tentukan $f'(0)$.

Jawaban:

Dari titik $(1, -3)$ dapat ditarik dua garis singgung ke parabola $y = x^2$. Berapa jumlah kemiringan kedua garis singgung itu?

Jawaban:

Hitunglah $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^{10} - 1024}{h}$.

Jawaban:

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Naik dan turun • 29-1-01

Jika $f'(x) > 0$ untuk setiap x pada suatu interval, grafik f pada interval itu...

- A. turun
B. naik
C. mendatar
D. selalu memotong sumbu- x

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Titik stasioner • 29-1-02

Titik stasioner sebuah fungsi f adalah titik ketika...

- A. $f(x) = 0$
B. $x = 0$
C. $f''(x) > 0$
D. $f'(x) = 0$

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Titik stasioner parabola • 29-1-03

Fungsi $f(x) = x^2 - 6x + 5$ mempunyai satu titik stasioner. Tentukan nilai x titik itu.

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kotak dari karton • 29-1-04

Kotak tanpa tutup dibuat dari karton $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ dengan menggunting persegi bersisi 5 cm di setiap pojoknya, lalu melipat sisi-sisinya ke atas. Volume kotak itu adalah...

- A. 4.500 cm^3
B. 1.000 cm^3
C. 2.000 cm^3
D. 2.500 cm^3

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Nilai maksimum • 29-2-01

Tentukan nilai maksimum fungsi $f(x) = -x^2 + 8x - 7$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Interval turun • 29-2-02

Fungsi $f(x) = x^3 - 3x$ turun pada interval...

- A. $-1 < x < 1$
B. $x < -1$
C. $x > 1$
D. $x < -1$ atau $x > 1$

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Kebun berpagar • 29-2-03

Pak Darto punya 60 m kawat untuk memagari kebun berbentuk persegi panjang. Satu sisi kebun menempel pada tembok sehingga tidak perlu dipagar. Berapa luas terbesar kebun yang dapat ia buat?Jawaban: m^2

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Kecepatan sesaat • 29-2-04

Posisi sebuah mobil-mobilan pada lintasan lurus adalah $s(t) = 2t^3 - 15t^2 + 24t$ meter, dengan t dalam detik. Tentukan kecepatannya pada $t = 2$ detik.Jawaban: m/s

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kotak dari karton • 29-3-01

Karton berukuran $40 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ digunting persegi bersisi $x \text{ cm}$ di keempat pojoknya, lalu dilipat menjadi kotak tanpa tutup. Tentukan volume maksimum kotak itu.

Jawaban: cm^3

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Uji turunan kedua • 29-3-02

Pernyataan yang benar tentang $f(x) = x^3 - 12x + 1$ adalah...

- A. f mempunyai minimum lokal 17 di $x = -2$
- B. f mempunyai maksimum lokal -15 di $x = 2$
- C. f tidak mempunyai titik ekstrem
- D. f mempunyai maksimum lokal 17 di $x = -2$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Laju terkait: balon • 29-3-03

Untuk lomba Agustusan, sebuah balon berbentuk bola dipompa sehingga volumenya bertambah $100 \text{ cm}^3/\text{s}$. Seberapa cepat jari-jarinya bertambah saat jari-jari balon 5 cm ?

Jawaban: cm/s

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Untung maksimum • 29-3-04

Bu Sri menjual es dawet dengan modal Rp4.000 per gelas. Jika harga jualnya x ribu rupiah per gelas, banyaknya gelas yang terjual sehari adalah $200 - 20x$ (untuk $4 \leq x \leq 10$). Berapa untung maksimum Bu Sri dalam sehari? Tuliskan dalam ribu rupiah.

Jawaban: ribu rupiah

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Titik stasioner kubik • gaya IGCSE • 29-4-01

Kurva $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ mempunyai dua titik stasioner. **Hitung** nilai y pada titik minimumnya.

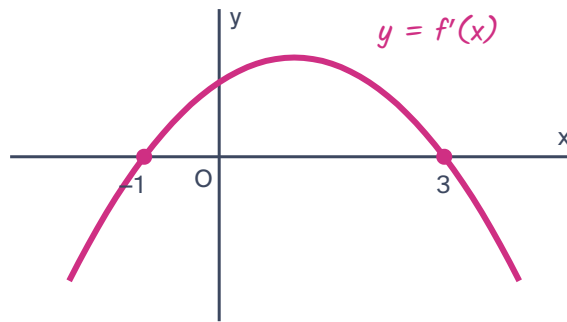
Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Jarak dan perpindahan • gaya IGCSE • 29-4-02

Sebuah partikel bergerak pada garis lurus dengan posisi $s = t^3 - 9t^2 + 24t$ meter, t dalam detik. **Hitung** jarak total yang ditempuh partikel dari $t = 0$ sampai $t = 5$.

Jawaban: m

Gambar berikut adalah grafik **turunan** $y = f'(x)$, yang memotong sumbu- x di $x = -1$ dan $x = 3$. Pernyataan yang benar tentang f adalah...



- A. f mempunyai maksimum lokal di $x = -1$ dan minimum lokal di $x = 3$
 - B. f naik untuk $x > 3$
 - C. f mempunyai minimum lokal di $x = -1$ dan maksimum lokal di $x = 3$
 - D. f mempunyai maksimum lokal di $x = 1$
16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Kebun dengan sekat • gaya IGCSE • 29-4-04
- Sebuah kebun persegi panjang dibagi menjadi dua petak oleh satu pagar sekat yang sejajar dengan lebarnya. Total pagar yang tersedia (keliling ditambah sekat) adalah 120 m. Misalkan panjang kebun x m dan lebarnya y m.
- (a) **Tunjukkan** bahwa luas kebun $L = 60y - \frac{3}{2}y^2$.
 - (b) **Hitung** ukuran kebun yang memberi luas terbesar, beserta luas terbesar itu.
 - (c) **Jelaskan** mengapa nilai itu maksimum, bukan minimum.

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Kaleng dengan tutup mahal • gaya IB • 29-5-01

Sebuah kaleng tertutup berbentuk tabung bervolume 500 cm^3 . Pelat untuk tutup dan alas lebih tebal sehingga harga per cm^2 -nya dua kali harga pelat badan. Misalkan jari-jari kaleng $r \text{ cm}$ dan tingginya $h \text{ cm}$, dan biaya C dinyatakan dalam satuan harga pelat badan per cm^2 .

(a) Nyatakan h dalam r .(b) Tunjukkan bahwa $C = 4\pi r^2 + \frac{1000}{r}$.(c) Tentukan r yang meminimumkan biaya, lalu tunjukkan bahwa pada saat itu $h = 4r$. Tafsirkan hasilnya.

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Laju terkait: corong • gaya IB • 29-5-02

Air dituang ke dalam corong berbentuk kerucut terbalik dengan jari-jari mulut 6 cm dan tinggi 12 cm , dengan laju $10 \text{ cm}^3/\text{s}$. Tentukan laju naiknya permukaan air saat kedalaman air 4 cm .

Jawaban: cm/s

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Jarak terdekat ke parabola • gaya IB • 29-5-03

Tentukan jarak terdekat dari titik $(0, 3)$ ke parabola $y = x^2$.

Jawaban:

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Titik belok datar • gaya IB • 29-5-04

Untuk $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$, pernyataan yang benar adalah...

- A. $(0, 10)$ adalah titik belok datar dan f mempunyai minimum -17 di $x = 3$
- B. $(0, 10)$ adalah maksimum lokal
- C. f mempunyai dua minimum lokal
- D. $f''(3) = 0$, sehingga uji turunan kedua gagal di $x = 3$

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Minimum dengan AM-GM • gaya olimpiade • 29-6-01

Tentukan nilai minimum $x^2 + \frac{16}{x}$ untuk bilangan real $x > 0$.

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Akar pangkat n yang terbesar • gaya olimpiade • 29-6-02

Perhatikan bilangan-bilangan $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}, \dots$, yaitu $\sqrt[n]{n}$ untuk bilangan asli $n \geq 2$. Untuk n berapakah bilangan itu paling besar?

Jawaban:

23. Lv 6 · Olimpiade · Pilihan ganda · Persegi panjang dalam setengah lingkaran · gaya olimpiade · 29-6-03

Sebuah persegi panjang dilukis di dalam setengah lingkaran berjari-jari 10 sehingga satu sisinya terletak pada diameter dan dua titik sudut lainnya terletak pada busur. Luas terbesar persegi panjang itu adalah...

- A. 50
B. 100
C. $50\sqrt{3}$
D. 200

24. Lv 6 · Olimpiade · Uraian · Bukti AM-GM lewat turunan · gaya olimpiade · 29-6-04

(a) Buktikan bahwa $\ln x \leq x - 1$ untuk semua $x > 0$, dengan kesamaan hanya saat $x = 1$.

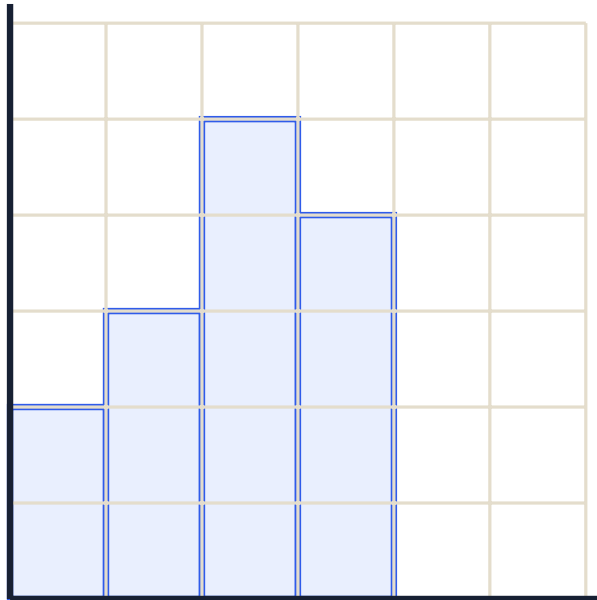
(b) Misalkan $a_1, a_2, \dots, a_n$ bilangan positif dengan rata-rata $A = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$. Dengan memasukkan $x = \frac{a_i}{A}$ ke (a) lalu menjumlahkan, buktikan ketaksamaan AM-GM: $\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n} \leq A$.

(c) Kapan kesamaan terjadi?

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Menghitung kotak • 30-1-01

Grafik batang di bawah digambar pada kertas berpetak. Setiap kotak luasnya 1 cm^2 . Berapa luas seluruh daerah yang berwarna?

A. 4 cm^2 B. 5 cm^2 C. 14 cm^2 D. 20 cm^2

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Makna luas di bawah grafik • 30-1-02

Ayu mengamati grafik kecepatan-waktu sebuah angkot. Luas daerah di bawah grafik itu menyatakan...

A. percepatan angkot

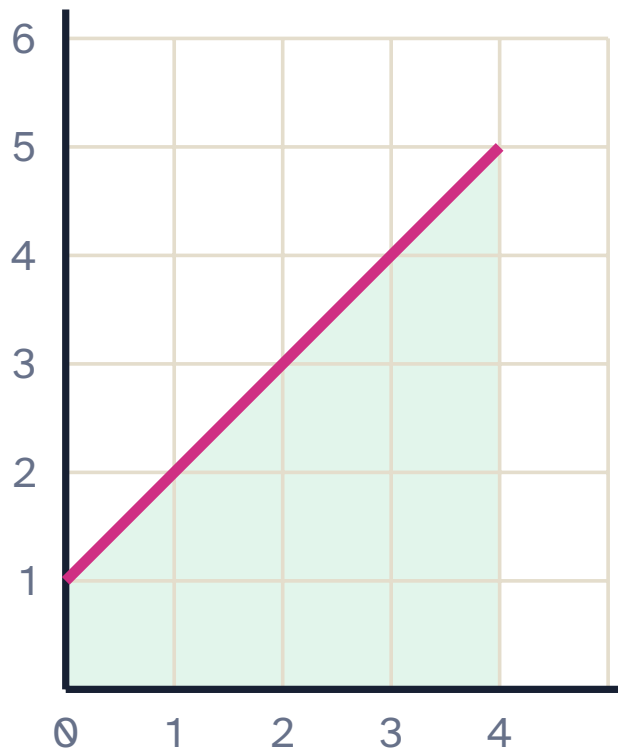
B. jarak yang ditempuh angkot

C. lama perjalanan angkot

D. kecepatan tertinggi angkot

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Kotak penuh dan setengah kotak • 30-1-03

Daerah berwarna di bawah garis pada kertas berpetak berikut terdiri atas kotak penuh dan setengah kotak. Setiap kotak bernilai 1 satuan luas. Berapa luas daerah berwarna?



Jawaban: satuan luas

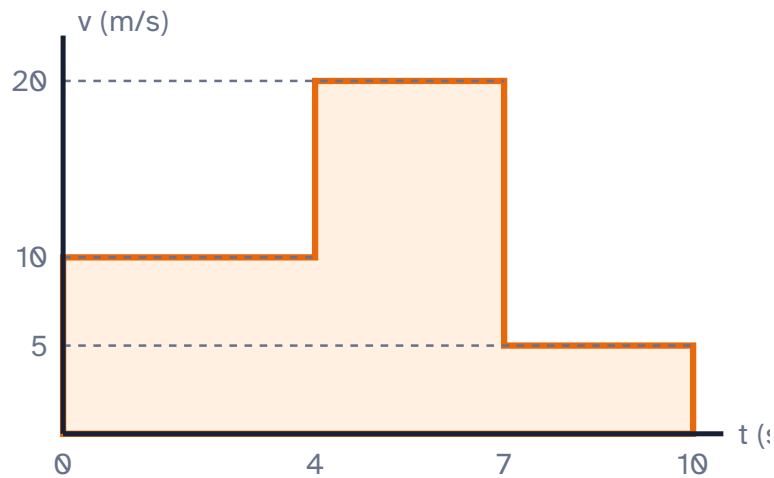
4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kotak makin kecil • 30-1-04

Ayu menaksir luas sehelai daun dengan kertas berpetak. Taksiran bawah = banyak kotak penuh, taksiran atas = kotak penuh + kotak yang tersentuh tepi daun. Jika ukuran kotaknya diperkecil, apa yang terjadi pada selisih kedua taksiran?

- A. Selisihnya mengecil, taksiran makin tepat
- B. Selisihnya membesar
- C. Selisihnya tidak berubah
- D. Taksiran bawah menjadi lebih besar daripada taksiran atas

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Jarak dari grafik bertangga • 30-2-01

Grafik di bawah menunjukkan kecepatan motor Dimas selama 10 detik pertama. Berapa jarak yang ditempuh?



Jawaban: m

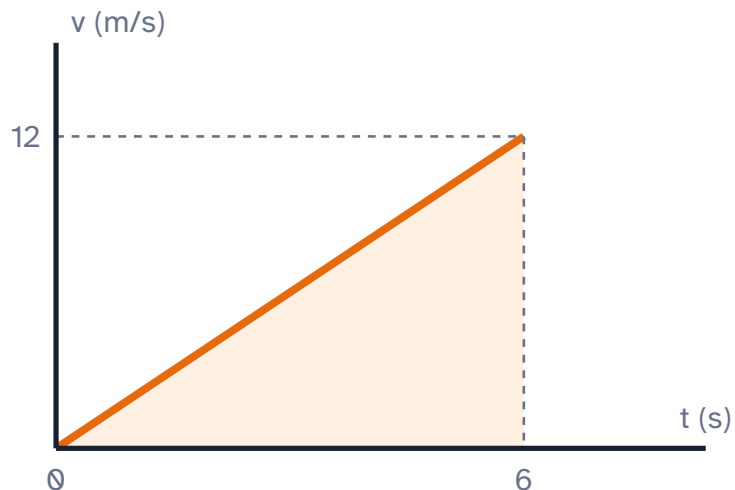
6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Jumlah Riemann kanan • 30-2-02

Taksir luas daerah di bawah $f(x) = x^2$ dari $x = 0$ sampai $x = 4$ dengan 4 persegi panjang selebar 1 yang tingginya diambil di **ujung kanan** setiap persegi panjang.

Jawaban: satuan luas

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Luas segitiga di bawah grafik • 30-2-03

Motor mulai dari diam saat lampu hijau menyala. Kecepatannya naik teratur sampai 12 m/s dalam 6 detik, seperti pada grafik. Jarak yang ditempuh dalam 6 detik itu adalah...



A. 2 m

B. 6 m

C. 72 m

D. 36 m

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Luas danau dari peta • 30-2-04

Pada peta berskala 1 : 50.000, Ayu menggambar petak-petak berukuran 2 cm × 2 cm. Sebuah danau menutupi 9 petak penuh dan 10 petak terpotong. Dengan aturan "petak terpotong dihitung setengah", berapa taksiran luas danau yang sebenarnya?

Jawaban: km²

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Integral tentu • 30-3-01

Hitung $\int_1^3 (3x^2 - 2x + 1) dx$.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Luas antara parabola dan garis • 30-3-02

Hitung luas daerah yang dibatasi parabola $y = x^2$ dan garis $y = x + 6$.

Jawaban: satuan luas

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Antiturunan dengan syarat • 30-3-03

Diketahui $F'(x) = 6x^2 - 4x$ dan $F(1) = 5$. Nilai $F(2)$ adalah...

- | | |
|------|-------|
| A. 5 | C. 13 |
| B. 8 | D. 35 |

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Jarak dari fungsi kecepatan • 30-3-04

Sebuah motor berangkat dari lampu merah dan berhenti lagi di lampu merah berikutnya. Kecepatannya $v(t) = 3t - 0,25t^2$ m/s untuk $0 \leq t \leq 12$ detik. Berapa jarak antara kedua lampu merah itu?

Jawaban: m

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Luas di bawah parabola • gaya IGCSE • 30-4-01

Kurva $y = 4 - x^2$ memotong sumbu- x di dua titik. **Hitung** luas daerah yang dibatasi kurva dan sumbu- x .

Jawaban: satuan luas

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Aturan trapesium • gaya IGCSE • 30-4-02

Lebar sebuah danau diukur setiap 100 m dari ujung barat ke ujung timur. Hasilnya 0, 120, 150, 90, dan 0 m. **Gunakan** aturan trapesium (*trapezium rule*) untuk menaksir luas danau.

Jawaban: m²

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Sifat integral tentu • gaya IGCSE • 30-4-03

Diketahui $\int_1^4 f(x) dx = 7$ dan $\int_1^4 g(x) dx = 3$. Nilai $\int_1^4 (2f(x) - 3g(x) + 1) dx$ adalah...

- | | |
|------|------|
| A. 5 | C. 9 |
| B. 6 | D. 8 |

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Integral vs Luas • gaya IGCSE • 30-4-04

Diketahui $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$.

(a) **Tunjukkan** bahwa grafik f memotong sumbu- x di $x = 0$, $x = 2$, dan $x = 4$.

(b) **Hitung** $\int_0^4 f(x) dx$.

(c) **Hitung** luas total daerah antara grafik dan sumbu- x untuk $0 \leq x \leq 4$, lalu **jelaskan** mengapa hasilnya berbeda dengan (b).

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Volume tumpeng • gaya IB • 30-5-01

Daerah di bawah garis $y = \frac{x}{2}$ untuk $0 \leq x \leq 30$ (dalam cm) diputar 360° mengelilingi sumbu- x sehingga terbentuk model tumpeng yang berbaring.

(a) Tunjukkan bahwa benda yang terbentuk adalah kerucut berjari-jari alas 15 cm dan tinggi 30 cm, lalu tuliskan integral volumenya.

(b) Hitung volumenya dalam bentuk eksak dan dalam cm^3 (dibulatkan).

(c) Pucuk tumpeng dipotong tegak lurus sumbu sehingga volume potongan pucuk tepat setengah volume tumpeng. Tentukan jarak bidang potong dari puncak dan dari alas.

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Nilai rata-rata fungsi • gaya IB • 30-5-02

Suhu udara sebuah kota antara pukul 06.00 dan 18.00 dimodelkan oleh $T(t) = 27 + 4 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right)^\circ\text{C}$, dengan t jam setelah pukul 06.00. Tentukan suhu rata-rata selama 12 jam itu (dua desimal).

Jawaban: $^\circ\text{C}$

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Laju aliran ke embung • gaya IB • 30-5-03

Setelah hujan deras, air mengalir masuk ke sebuah embung desa dengan laju $r(t) = 200e^{-0,1t} \text{ m}^3$ per jam, dengan t dalam jam. Tentukan volume air yang masuk selama 10 jam pertama.

Jawaban: m^3

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Luas motif daun • gaya IB • 30-5-04

Seorang perajin batik membuat motif daun yang dibatasi kurva $y = \sqrt{x}$ dan garis $y = \frac{x}{2}$. Tentukan luas motif itu (satuan dalam cm).

Jawaban: cm^2

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Integral simetri • gaya olimpiade • 30-6-01

Hitung $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{2026} x}{\sin^{2026} x + \cos^{2026} x} dx.$

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Limit jumlah Riemann • gaya olimpiade • 30-6-02

Tentukan $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}}.$

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Fungsi ganjil • gaya olimpiade • 30-6-03

Fungsi f kontinu disebut ganjil jika $f(-x) = -f(x)$ untuk semua x .

(a) Buktikan bahwa untuk fungsi ganjil berlaku $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.

(b) Hitung $\int_{-1}^1 (x^7 e^{x^2} + 3x^2 + 1) dx.$

24. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Cerminkan selang • gaya olimpiade • 30-6-04

Hitung $\int_0^1 x(1-x)^9 dx.$

Jawaban:

31 Statistika: Bercerita dengan Data

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Modus • 31-1-01

Hasil survei jajanan favorit 7 siswa: cilok, risol, cilok, bakwan, cilok, risol, onde-onde. Modus data itu adalah...

- A. risol
- B. cilok
- C. bakwan
- D. onde-onde

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Rata-rata • 31-1-02

Dimas mencatat banyak buku yang ia baca setiap bulan selama 5 bulan: 6, 8, 7, 9, 10. Berapa rata-rata buku yang ia baca per bulan?

Jawaban: buku

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Median • 31-1-03

Median dari data 7, 3, 9, 5, 4 adalah...

- A. 9
- B. 5,6
- C. 5
- D. 4

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Memilih diagram • 31-1-04

Ayu ingin menunjukkan **bagian dari keseluruhan**: berapa persen siswa yang berangkat ke sekolah dengan berjalan kaki, bersepeda, naik angkot, dan diantar motor. Diagram yang paling cocok adalah...

- A. diagram pencar
- B. histogram
- C. diagram garis
- D. diagram lingkaran

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Rata-rata tabel frekuensi • 31-2-01

Tabel nilai kuis 20 siswa:

Nilai	6	7	8	9
Frekuensi	3	5	8	4

Hitung rata-rata nilai kuis itu.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Data yang hilang • 31-2-02

Nilai empat ulangan Dimas: 80, 72, 75, 85. Agar rata-rata lima ulangannya tepat 80, berapa nilai ulangan kelima yang harus ia dapat?

Jawaban:

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Sudut juring • 31-2-03

Dari 40 siswa yang disurvei, 12 orang memilih cilok. Pada diagram lingkaran, besar sudut juring cilok adalah...

- A. 108°
- B. 12°
- C. 30°
- D. 120°

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Membaca diagram pencar • 31-2-04

Diagram pencar "lama bermain gim per hari" (sumbu mendatar) dan "nilai ulangan" (sumbu tegak) menunjukkan titik-titik yang turun dari kiri atas ke kanan bawah. Pernyataan yang paling tepat adalah...

- A. korelasinya positif
- B. tidak ada korelasi
- C. korelasinya negatif
- D. bermain gim pasti menyebabkan nilai turun

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Rata-rata gabungan • 31-3-01

Kelas A terdiri atas 30 siswa dengan rata-rata nilai 74. Setelah digabung dengan kelas B yang berisi 20 siswa, rata-rata seluruh 50 siswa menjadi 77. Berapa rata-rata nilai kelas B?

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Transformasi data • 31-3-02

Nilai ujian sebuah kelas memiliki rata-rata 60 dan simpangan baku 8. Guru mengubah setiap nilai dengan aturan "nilai baru = $1,5 \times$ nilai lama + 10". Rata-rata dan simpangan baku nilai baru adalah...

- A. rata-rata 100, simpangan baku 22
- B. rata-rata 100, simpangan baku 12
- C. rata-rata 90, simpangan baku 12
- D. rata-rata 100, simpangan baku 8

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Pencilan • 31-3-03

Waktu tempuh 11 siswa ke sekolah (menit): 5, 7, 8, 10, 12, 12, 14, 15, 18, 20, 45. Dengan aturan pencilan $Q_3 + 1,5 \times IQR$, tentukan batas atas pencilan.

Jawaban: menit

12. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Grafik menyesatkan • 31-3-04

Sebuah iklan menampilkan grafik batang: Kantin A 92 porsi, Kantin B 96 porsi. Sumbu tegaknya dimulai dari 90, sehingga batang B tampak 3 kali lebih tinggi daripada batang A. Sebenarnya penjualan Kantin B lebih banyak daripada Kantin A sekitar...

- A. 200%
- B. 300%
- C. 40%
- D. 4%

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Taksiran rata-rata data berkelompok • gaya IGCSE • 31-4-01

Tabel berikut menunjukkan tinggi badan 40 siswa.

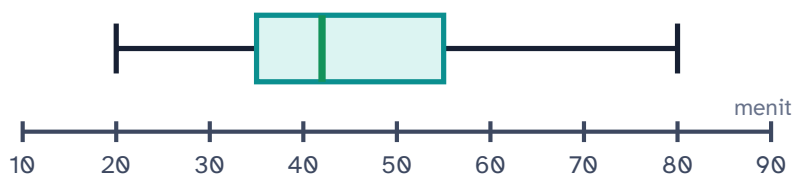
Tinggi h (cm)	Frekuensi
$140 \leq h < 150$	6
$150 \leq h < 160$	14
$160 \leq h < 170$	15
$170 \leq h < 180$	5

Hitung taksiran rata-rata tinggi badan siswa.

Jawaban: cm

14. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Membaca box plot • gaya IGCSE • 31-4-02

Box plot berikut menunjukkan waktu (menit) yang dihabiskan sekelompok siswa untuk mengerjakan PR.

Tentukan jangkauan antarkuartilnya (*interquartile range*).

A. 20

C. 42

B. 60

D. 13

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Simpangan baku • gaya IGCSE • 31-4-03

Massa 6 buah mangga (gram): 210, 230, 250, 240, 220, 290. **Hitung** simpangan baku massa mangga tersebut dengan pembagi n . Bulatkan sampai 2 tempat desimal.

Jawaban: gram

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Membandingkan dua kelompok • gaya IGCSE • 31-4-04

Waktu (menit) yang diperlukan 11 siswa kelas 8A untuk menyelesaikan sebuah teka-teki: 4, 6, 7, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 20.

- Tentukan median, kuartil bawah, dan kuartil atas.
- Hitung jangkauan antarkuartil.
- Untuk kelas 8B, median waktunya 12 menit dan jangkauan antarkuartilnya 4 menit. Bandingkan kedua kelas dengan memakai satu ukuran pemusatan dan satu ukuran sebaran.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Regresi linear • gaya IB • 31-5-01

Data suhu maksimum harian x ($^{\circ}\text{C}$) dan banyak gelas es teh y yang terjual di kantin selama 7 hari (data ilustratif):

x	27	28	29	30	31	32	33
y	52	55	61	66	68	74	79

- Tentukan persamaan garis regresi y atas x .
- Tafsirkan gradien garis itu dalam konteks soal.
- Taksir penjualan pada hari bersuhu $29,5^{\circ}\text{C}$.
- Koefisien korelasinya $r \approx 0,996$. Jelaskan apakah garis ini layak dipakai untuk menaksir penjualan pada hari bersuhu 40°C .

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Simpangan baku gabungan • gaya IB • 31-5-02

Kelompok P berisi 10 data dengan rata-rata 20 dan simpangan baku 3. Kelompok Q berisi 15 data dengan rata-rata 25 dan simpangan baku 4. Keduanya simpangan baku populasi (pembagi n). Tentukan simpangan baku gabungan ke-25 data itu (3 angka penting).

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Mengubah satuan • gaya IB • 31-5-03

Suhu maksimum harian sebuah kota selama sebulan memiliki rata-rata 30°C dan simpangan baku 2°C . Semua data diubah ke Fahrenheit dengan $F = 1,8C + 32$. Rata-rata dan simpangan baku dalam $^{\circ}\text{F}$ adalah...

- A. rata-rata 86°F ; simpangan baku $35,6^{\circ}\text{F}$
- B. rata-rata 54°F ; simpangan baku $3,6^{\circ}\text{F}$
- C. rata-rata 86°F ; simpangan baku $3,6^{\circ}\text{F}$
- D. rata-rata 86°F ; simpangan baku 2°F

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Simpangan baku sampel • gaya IB • 31-5-04

Lima kantong beras diambil secara acak dari gudang sebagai **sampel**. Kelebihan massanya dari 5 kg (gram): 12, 15, 9, 18, 16. Tentukan simpangan baku sampel s (pembagi $n - 1$) sebagai taksiran simpangan baku seluruh kantong di gudang.

Jawaban: gram

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Median meminimumkan jarak mutlak • gaya olimpiade • 31-6-01

Untuk data $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ didefinisikan $S(c) = |x_1 - c| + |x_2 - c| + \dots + |x_n - c|$.

- (a) Untuk data 1, 3, 8, hitung $S(3)$ dan $S(4)$.
- (b) Buktikan bahwa $S(c)$ mencapai nilai terkecil ketika c adalah median data.
- (c) Jelaskan mengapa rata-rata tidak selalu meminimumkan $S(c)$.

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Rata-rata, median, modus • gaya olimpiade • 31-6-02

Tujuh bilangan asli memiliki rata-rata 12, median 10, dan modus tunggal 15 (15 muncul lebih sering daripada bilangan lain mana pun). Berapa nilai terbesar yang mungkin bagi bilangan terbesar di antara ketujuh bilangan itu?

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Menambah dan membuang data • gaya olimpiade • 31-6-03

Rata-rata sekumpulan bilangan adalah 20, dan salah satu bilangannya adalah 50. Jika bilangan 50 itu dibuang, rata-rata sisanya menjadi 18. Jika 50 tidak dibuang tetapi ditambahkan satu bilangan baru x , rata-ratanya menjadi 21. Tentukan x .

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Varians tidak negatif • gaya olimpiade • 31-6-04

Lima bilangan real a, b, c, d, e memenuhi $a + b + c + d + e = 20$ dan $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 100$. Tentukan nilai terbesar yang mungkin bagi e .

Jawaban:

32 Kaidah Pencacahan

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Aturan perkalian • 32-1-01

Kantin sekolah menjual 3 jenis nasi (putih, kuning, uduk) dan 4 jenis lauk. Dimas membeli 1 nasi dan 1 lauk. Banyak pilihan paket yang mungkin adalah...

- A. 7
- B. 12
- C. 64
- D. 81

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Faktorial • 32-1-02

Hitunglah $5!$.

Jawaban:

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Permutasi atau kombinasi • 32-1-03

Manakah situasi berikut yang memperhatikan **urutan** (permutasi)?

- A. Memilih 3 siswa untuk ikut lomba cerdas cermat
- B. Memilih 2 buah dari keranjang buah
- C. Memilih ketua dan wakil ketua kelas dari 5 calon
- D. Memilih 4 lauk untuk nasi campur

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Aturan penjumlahan • 32-1-04

Perpustakaan punya 6 buku komik dan 4 buku cerita rakyat yang berbeda. Ayu hanya boleh meminjam **satu** buku, komik atau cerita rakyat. Banyak pilihan Ayu adalah...

- A. 10
- B. 24
- C. 6
- D. 2

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • PIN tanpa angka kembar • 32-2-01

Sebuah PIN terdiri atas 4 angka (0–9) dan angka-angkanya tidak boleh berulang. Berapa banyak PIN yang mungkin?

Jawaban: PIN

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Pengurus OSIS • 32-2-02

Dari 7 calon akan dipilih ketua, sekretaris, dan bendahara OSIS (satu orang satu jabatan). Berapa banyak susunan pengurus yang mungkin?

Jawaban: susunan

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Kombinasi • 32-2-03

Dari 8 anggota tim futsal, pelatih memilih 2 orang untuk mengikuti pelatihan wasit. Berapa banyak cara memilihnya?

Jawaban: cara

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Mencoret faktorial • 32-2-04

Nilai dari $\frac{8!}{6!}$ adalah...

- A. $\frac{4}{3}$
B. 2

- C. 336
D. 56

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Unsur yang sama • 32-3-01

Berapa banyak susunan huruf berbeda yang dapat dibuat dari semua huruf kata **MATEMATIKA**?

Jawaban: susunan

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Permutasi siklis • 32-3-02

Enam sahabat, termasuk Dimas dan Ayu, duduk mengelilingi meja bundar. Susunan yang hanya berbeda putaran dianggap sama. Berapa banyak susunan duduk jika Dimas dan Ayu harus duduk berdampingan?

Jawaban: susunan

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Pengisian tempat bersyarat • 32-3-03

Dari angka 1, 2, 3, 5, 7, 8 akan dibentuk bilangan 4 angka dengan angka-angka berbeda. Berapa banyak bilangan yang lebih dari 5.000?

Jawaban: bilangan

12. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Kombinasi bersyarat • 32-3-04

Tim cerdas cermat 4 orang dipilih dari 5 siswa putra dan 4 siswi putri. Tim harus berisi tepat 2 putri. Banyak tim yang mungkin adalah...

- A. 126
B. 16

- C. 120
D. 60

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Kata sandi • gaya IGCSE • 32-4-01

Sebuah kata sandi terdiri atas 2 huruf (A–Z) diikuti 3 angka (0–9). Huruf boleh berulang, tetapi ketiga angka harus berbeda. **Hitung** banyaknya kata sandi yang mungkin.

Jawaban: kata sandi

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Koefisien binomial • gaya IGCSE • 32-4-02

Tentukan koefisien x^3 pada penjabaran $(2 + x)^6$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Unsur berdampingan • gaya IGCSE • 32-4-03

Tiga buku matematika yang berbeda dan empat novel yang berbeda disusun berjajar di rak. **Hitung** banyak susunan jika ketiga buku matematika harus selalu berdampingan.

Jawaban: susunan

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Menyusun huruf SEPATU • gaya IGCSE • 32-4-04

Semua huruf kata **SEPATU** akan disusun ulang.

- (a) **Hitung** banyak susunan yang mungkin.
- (b) **Hitung** banyak susunan yang diawali huruf vokal.
- (c) **Hitung** banyak susunan dengan ketiga huruf vokal (E, A, U) berdampingan.
- (d) **Tunjukkan** bahwa ada 480 susunan dengan huruf S dan P tidak berdampingan.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Minimal dua siswa • gaya IB • 32-5-01

Sebuah delegasi 5 orang dipilih dari 6 guru dan 4 siswa. Delegasi harus berisi minimal 2 siswa. Tentukan banyaknya delegasi yang mungkin.

Jawaban: delegasi

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Suku konstanta • gaya IB • 32-5-02

Tentukan suku yang tidak memuat x (suku konstanta) pada penjabaran $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^6$.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Uraian • Pemilihan pengurus • gaya IB • 32-5-03

Ada 10 calon pengurus OSIS: 6 putri dan 4 putra.

- (a) Tentukan banyak cara memilih ketua, wakil ketua, dan sekretaris (satu orang satu jabatan).
- (b) Tentukan banyak cara memilih tim inti 4 orang tanpa jabatan yang memuat minimal 1 putra.
- (c) Ketua harus putri dan wakil ketua harus putra, sedangkan sekretaris boleh siapa saja dari calon yang tersisa. Tentukan banyak susunannya.

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Lintasan pada jalan berpetak • gaya IB • 32-5-04

Di kota berjalan berpetak, Ayu berjalan dari titik A ke titik B yang terletak 5 blok ke timur dan 3 blok ke utara, selalu ke timur atau ke utara. Persimpangan P terletak 2 blok ke timur dan 1 blok ke utara dari A. Banyak rute terpendek dari A ke B yang **melalui** P adalah...

- | | |
|-------|-------|
| A. 56 | C. 26 |
| B. 30 | D. 15 |

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Bintang dan sekat • gaya olimpiade • 32-6-01

Ibu membagikan 12 onde-onde identik kepada 4 anak sehingga setiap anak mendapat **minimal 2** onde-onde. Ada berapa cara membaginya?

Jawaban: cara

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Inklusi-eksklusi • gaya olimpiade • 32-6-02

Berapa banyak bilangan bulat dari 1 sampai 1.000 yang **tidak** habis dibagi 2, 3, maupun 5?

Jawaban: bilangan

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Tukar kado • gaya olimpiade • 32-6-03

Empat sahabat masing-masing membawa satu kado, lalu kado-kado itu dibagikan ulang secara acak, satu kado per orang. Ada berapa cara pembagian sehingga **tidak ada** yang menerima kadonya sendiri?

Jawaban: cara

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Identitas Vandermonde • gaya olimpiade • 32-6-04

(a) Buktikan dengan argumen mencacah (tanpa menjabarkan rumus faktorial) bahwa untuk setiap bilangan asli n ,

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}.$$

(b) Periksa kebenarannya untuk $n = 4$.

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Peluang klasik • 33-1-01

Sebuah dadu bermata 1 sampai 6 dilempar sekali. Peluang muncul mata dadu 4 adalah...

- | | |
|------------------|------------------|
| A. $\frac{1}{4}$ | C. $\frac{4}{6}$ |
| B. $\frac{1}{6}$ | D. $\frac{1}{2}$ |

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Kejadian mustahil • 33-1-02

Manakah kejadian berikut yang peluangnya 0 (kejadian mustahil)?

- A. Muncul mata dadu genap pada pelemparan satu dadu
- B. Muncul Gambar pada pelemparan sebuah koin
- C. Terambil kelereng merah dari kantong berisi 3 kelereng merah dan 1 biru
- D. Muncul mata dadu 7 pada pelemparan satu dadu biasa

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Biji congklak • 33-1-03

Dimas memasukkan biji congklak ke dalam kantong: 3 kerang putih, 5 kerang cokelat, dan 2 kerang hitam. Ia mengambil satu biji tanpa melihat. Berapa peluang terambil kerang cokelat?

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Ruang sampel dua koin • 33-1-04

Dua koin dilempar bersamaan. Banyak anggota ruang sampelnya adalah...

- | | |
|------|------|
| A. 2 | C. 4 |
| B. 3 | D. 6 |

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Jumlah dua dadu • 33-2-01

Dua dadu dilempar bersamaan. Berapa peluang jumlah kedua mata dadu sama dengan 9?

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Frekuensi harapan • 33-2-02

Sebuah tutup botol dilempar 200 kali dan mendarat telentang sebanyak 76 kali. Jika tutup botol yang sama dilempar 500 kali, kira-kira berapa kali ia akan mendarat telentang?

Jawaban: kali

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Komplemen • 33-2-03

Pada undian doorprize 17 Agustus terdapat 250 kupon, dan 10 di antaranya berhadiah. Dimas memegang satu kupon. Peluang kupon Dimas **tidak** berhadiah adalah...

- | | |
|--------------------|--------------------|
| A. $\frac{24}{25}$ | C. $\frac{1}{250}$ |
| B. $\frac{1}{25}$ | D. $\frac{1}{10}$ |

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Diagram Venn • 33-2-04

Dari 40 siswa, 25 siswa ikut Pramuka, 18 siswa ikut PMR, dan 7 siswa ikut keduanya. Seorang siswa dipilih secara acak. Berapa peluang ia tidak ikut Pramuka maupun PMR?

Jawaban:

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Tanpa pengembalian • 33-3-01

Sebuah kotak berisi 4 bola merah dan 6 bola putih. Dua bola diambil satu per satu tanpa pengembalian. Berapa peluang kedua bola berwarna merah?

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Peluang bersyarat • 33-3-02

Dua dadu dilempar. Diketahui jumlah mata dadunya 8. Berapa peluang paling sedikit satu dadu bermata 6?

- | | |
|--------------------|-------------------|
| A. $\frac{1}{6}$ | C. $\frac{1}{18}$ |
| B. $\frac{11}{36}$ | D. $\frac{2}{5}$ |

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Paling sedikit satu • 33-3-03

Peluang Dimas mencetak gol dalam satu tendangan penalti adalah 0,7, dan setiap tendangan saling bebas. Ia menendang 3 kali. Berapa peluang ia mencetak paling sedikit satu gol?

Jawaban:

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Nilai harapan • 33-3-04

Di bazar sekolah, sebuah roda putar dibagi menjadi 8 juring yang sama besar: 1 juring bernilai 10 poin, 3 juring bernilai 2 poin, dan 4 juring bernilai 0 poin. Berapa nilai harapan poin untuk satu kali putaran?

Jawaban: poin

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Diagram pohon • gaya IGCSE • 33-4-01

Pada hari hujan, peluang bus sekolah datang terlambat adalah 0,4. Pada hari tidak hujan, peluangnya 0,1. Peluang sebuah hari hujan adalah 0,3. **Hitung** peluang bus terlambat pada hari yang dipilih secara acak.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Kejadian saling bebas • gaya IGCSE • 33-4-02

Kejadian A dan B saling bebas dengan $P(A) = 0,5$ dan $P(B) = 0,4$. Nilai $P(A \cup B)$ adalah...

- | | |
|--------|---------|
| A. 0,9 | C. 0,2 |
| B. 0,7 | D. 0,45 |

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Tabel peluang • gaya IGCSE • 33-4-03

Sebuah roda putar berwarna berhenti di merah dengan peluang 0,25, di biru dengan peluang 0,3, di hijau dengan peluang x , dan di kuning dengan peluang $2x$. Roda itu diputar 200 kali. **Hitung** berapa kali roda diperkirakan berhenti di kuning.

Jawaban: kali

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Diagram pohon tanpa pengembalian • gaya IGCSE • 33-4-04

Sebuah kantong berisi 5 permen rasa jeruk (J) dan 3 permen rasa stroberi (S). Ayu mengambil dua permen satu per satu tanpa pengembalian.

- (a) **Gambarlah** diagram pohon lengkap dengan peluang pada setiap cabang.
- (b) **Hitung** peluang kedua permen memiliki rasa yang sama.
- (c) **Hitung** peluang paling sedikit satu permen berasa stroberi.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Aturan Bayes • gaya IB • 33-5-01

Sebuah tes cepat memberi hasil positif pada 90% orang yang mengidap suatu penyakit dan hasil negatif pada 95% orang yang sehat. Di suatu daerah, 4% penduduk mengidap penyakit itu. Seseorang dipilih secara acak dan hasil tesnya positif. Tentukan peluang orang itu benar-benar sakit.

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Variabel acak diskret • gaya IB • 33-5-02

Variabel acak diskret X memiliki fungsi peluang $P(X = x) = kx$ untuk $x = 1, 2, 3, 4$. Tentukan $E(X)$.

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Bebas atau lepas • gaya IB • 33-5-03

Diketahui $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,5$, dan $P(A \cap B) = 0,3$. Pernyataan yang benar adalah...

- | | |
|------------------------------|------------------------|
| A. A dan B saling bebas. | C. $P(A B) = 0,5$ |
| B. A dan B saling lepas. | D. $P(A \cup B) = 1,1$ |

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Permainan adil • gaya IB • 33-5-04

Dua dadu dilempar dan D menyatakan selisih (nilai mutlak) kedua mata dadu.

- (a) Buatlah tabel distribusi peluang D .
- (b) Tunjukkan bahwa $E(D) = \frac{35}{18}$.
- (c) Di bazar sekolah, pemain menyerahkan c kupon untuk sekali main dan menerima D kupon. Tentukan c agar permainan adil, lalu jelaskan apa yang terjadi dalam jangka panjang jika panitia menetapkan $c = 2$.

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Peluang geometris • gaya olimpiade • 33-6-01

Dimas dan Ayu berjanji bertemu di depan Monas antara pukul 16.00 dan 17.00. Masing-masing datang pada saat acak (setiap saat dalam rentang itu sama mungkin) dan menunggu paling lama 20 menit, lalu pergi. Berapa peluang mereka bertemu?

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Peluang dan sisa pembagian • gaya olimpiade • 33-6-02

Dua bilangan berbeda dipilih secara acak dari $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$. Berapa peluang jumlah kedua bilangan itu habis dibagi 3?

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Masalah empat pintu • gaya olimpiade • 33-6-03

Ada 4 pintu; di balik satu pintu ada sepeda, sisanya kosong. Kamu memilih satu pintu. Pembawa acara, yang tahu letak sepeda, membuka satu pintu kosong di antara tiga pintu lainnya. Kamu lalu pindah ke salah satu dari dua pintu tertutup lainnya, dipilih secara acak. Peluang kamu mendapat sepeda adalah...

A. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{3}{8}$

B. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Paradoks ulang tahun • gaya olimpiade • 33-6-04

Anggap setahun terdiri atas 365 hari dan setiap hari sama mungkin menjadi hari ulang tahun seseorang, tidak bergantung pada orang lain.

(a) Buktikan bahwa peluang n orang ($n \leq 365$) memiliki hari ulang tahun yang semuanya berbeda adalah

$$q_n = \prod_{k=0}^{n-1} \left(1 - \frac{k}{365}\right).$$

(b) Dengan ketaksamaan $1 - x \leq e^{-x}$, buktikan bahwa $q_n \leq e^{-n(n-1)/730}$.

(c) Simpulkan bahwa dalam kelompok 23 orang, peluang ada dua orang yang berulang tahun sama lebih dari $\frac{1}{2}$. (Gunakan $\ln 2 < 0,69315$.)

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Variabel acak diskret • 34-1-01

Manakah yang merupakan **variabel acak diskret**?

- A. Tinggi badan seorang siswa (cm)
- B. Berat bersih beras dalam satu kemasan (kg)
- C. Banyak sisi angka saat 5 koin dilempar
- D. Waktu tempuh ojek dari rumah ke sekolah (menit)

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Tabel distribusi peluang • 34-1-02

Variabel acak X memiliki distribusi peluang $P(X = 0) = 0,2$, $P(X = 1) = 0,5$, dan $P(X = 2) = p$. Tidak ada nilai X yang lain. Tentukan p .

Jawaban:

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Bentuk kurva normal • 34-1-03

Grafik distribusi normal berbentuk...

- A. huruf U
- B. lonceng yang simetris
- C. garis lurus yang naik
- D. tangga yang menurun

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Papan Galton • 34-1-04

Seratus kelereng dijatuhkan satu per satu di papan Galton. Di setiap paku, kelereng memantul ke kiri atau ke kanan dengan peluang sama. Di laci mana kelereng paling banyak terkumpul?

- A. Laci paling kiri
- B. Laci paling kanan
- C. Semua laci sama banyak
- D. Laci tengah

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Peluang binomial • 34-2-01

Sebuah koin dilempar 3 kali. Berapa peluang muncul tepat 2 sisi angka?

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Rataan binomial • 34-2-02

Di sebuah peternakan, peluang seekor ayam bertelur pada suatu hari adalah 0,8 (angka ilustrasi). Ada 50 ayam yang bertelur secara bebas satu sama lain, masing-masing paling banyak satu butir sehari. Berapa banyak telur yang **diharapkan** pada hari itu?

Jawaban: butir

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Nilai harapan • 34-2-03

Variabel acak X memiliki distribusi $P(X = 1) = 0,2$, $P(X = 2) = 0,5$, $P(X = 3) = 0,3$. Nilai harapan $E(X)$ adalah...

- A. 2,1
- B. 2
- C. 6
- D. 1

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Aturan 68-95-99,7 • 34-2-04

Tinggi badan siswa kelas X di sebuah sekolah berdistribusi normal dengan rata-rata 160 cm dan simpangan baku 8 cm (data ilustrasi). Kira-kira berapa persen siswa yang tingginya antara 152 cm dan 168 cm?

- A. 50%
- B. 95%
- C. 68%
- D. 99,7%

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Benih cabai • 34-3-01

Peluang sebutir benih cabai tumbuh adalah 0,9, dan setiap benih tumbuh secara bebas. Pak Tani menanam 5 benih. Berapa peluang **paling sedikit 4** benih tumbuh? (Tulis dalam desimal.)

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Membandingkan dengan skor z • 34-3-02

Nilai Matematika Dimas 78 (rata-rata kelas 70, simpangan baku 5). Nilai Fisikanya 80 (rata-rata kelas 74, simpangan baku 4). Dibandingkan dengan teman sekelasnya, di mata pelajaran mana Dimas relatif lebih unggul?

- A. Matematika, karena skor z-nya 1,6 sedangkan Fisika 1,5
- B. Fisika, karena 80 lebih besar daripada 78
- C. Fisika, karena simpangan bakunya lebih kecil
- D. Sama saja, karena keduanya di atas rata-rata

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Beras kemasan • 34-3-03

Isi beras kemasan berlabel 5 kg berdistribusi normal dengan rata-rata 5,02 kg dan simpangan baku 0,02 kg (data ilustrasi). Berapa persen kemasan yang isinya kurang dari 5 kg? Gunakan $\Phi(1) = 0,8413$.

Jawaban: %

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Parameter binomial • 34-3-04

Variabel acak $X \sim B(n, p)$ memiliki rata-rata 12 dan varians 3. Tentukan n .

Jawaban:

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Menebak pilihan ganda • gaya IGCSE • 34-4-01

Ayu menebak jawaban 10 soal pilihan ganda. Setiap soal punya 4 pilihan dengan tepat satu jawaban benar.

Hitung peluang Ayu menjawab benar tepat 3 soal. Berikan jawaban dalam 3 angka penting.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Tabel distribusi & nilai harapan • gaya IGCSE • 34-4-02

Distribusi peluang variabel acak X diberikan oleh $P(X = x) = k(x + 1)$ untuk $x = 0, 1, 2, 3$. **Tentukan** nilai k , lalu **hitung** $E(X)$. Tuliskan nilai $E(X)$.

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Simetri kurva normal • gaya IGCSE • 34-4-03

$X \sim N(70, \sigma^2)$ dan $P(X < 65) = 0,2$. Berapakah $P(70 < X < 75)$?

- A. 0,2
- B. 0,6
- C. 0,8
- D. 0,3

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Overbooking pesawat perintis • gaya IGCSE • 34-4-04

Sebuah pesawat perintis memiliki 12 kursi. Maskapai menjual 13 tiket. Setiap pemegang tiket datang dengan peluang 0,85, saling bebas (angka ilustrasi). Misalkan X = banyak pemegang tiket yang datang.

- Jelaskan** mengapa X berdistribusi binomial dan tuliskan parameternya.
- Hitung** peluang ada penumpang yang tidak kebagian kursi.
- Hitung** rata-rata dan simpangan baku X .
- Maskapai menganggap risiko di atas 10% terlalu besar. Apakah menjual 13 tiket dapat diterima?

Jelaskan.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Peluang normal • gaya IB • 34-5-01

Tinggi badan siswa SMA di sebuah kota dimodelkan dengan $X \sim N(165, 6^2)$ dalam cm (data ilustrasi). Tentukan $P(160 < X < 175)$, dibulatkan ke 3 angka penting. Pakai GDC, atau gunakan $\Phi(1,667) \approx 0,9522$ dan $\Phi(0,833) \approx 0,7977$.

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Normal invers • gaya IB • 34-5-02

Mesin pengisi beras berlabel 5 kg bekerja dengan simpangan baku 0,03 kg, dan isi kemasan berdistribusi normal. Pabrik ingin paling banyak 1% kemasan berisi kurang dari 5 kg. Tentukan rata-rata isi μ terkecil yang harus disetel, dalam kg dengan 3 desimal. Gunakan $\Phi(2,326) \approx 0,99$.

Jawaban: kg

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Paling sedikit satu • gaya IB • 34-5-03

Sebuah koin seimbang dilempar n kali. Nilai n terkecil agar peluang mendapat **paling sedikit satu** sisi angka lebih dari 0,999 adalah...

- | | |
|-------|-------|
| A. 9 | C. 11 |
| B. 10 | D. 8 |

Di sebuah kabupaten, 20% siswa memakai kacamata (data ilustrasi). Dipilih 100 siswa secara acak; X menyatakan banyak siswa berkacamata.

- Tuliskan distribusi X , lalu hitung $E(X)$ dan simpangan bakunya.
 - Tunjukkan bahwa syarat aproksimasi normal terpenuhi, lalu dengan koreksi kontinuitas perkirakan $P(X \geq 25)$. Gunakan $\Phi(1,125) \approx 0,8697$.
 - Nilai eksak dari GDC adalah $P(X \geq 25) \approx 0,1314$. Hitung galat relatif aproksimasimu, lalu jelaskan mengapa koreksi kontinuitas diperlukan.
-

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Linearitas: banyak run • gaya olimpiade • 34-6-01

Sebuah koin seimbang dilempar 10 kali, misalnya menghasilkan AAGAGGGAAG. Sebuah *run* adalah blok terpanjang dari hasil berurutan yang sama; contoh tadi punya 6 run: AA, G, A, GGG, AA, G. Berapa nilai harapan banyak run?

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Pasangan ulang tahun • gaya olimpiade • 34-6-02

Di sebuah kelas ada 30 siswa. Anggap setiap siswa lahir pada salah satu dari 365 hari dengan peluang sama dan saling bebas. Berapa nilai harapan banyak **pasangan** siswa yang berulang tahun pada hari yang sama?

Jawaban: pasangan

23. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti rata-rata & varians binomial • gaya olimpiade • 34-6-03

Misalkan $X \sim B(n, p)$ dan $q = 1 - p$.

- Buktikan identitas $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$ untuk $1 \leq k \leq n$.
 - Gunakan (a) dan Teorema Binomial untuk membuktikan $E(X) = np$.
 - Dengan cara serupa, tunjukkan $E(X(X-1)) = n(n-1)p^2$, lalu simpulkan $\text{Var}(X) = npq$.
-
-
-

24. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Paritas banyak sukses • gaya olimpiade • 34-6-04

Sebuah koin tidak seimbang menghasilkan angka dengan peluang 0,2. Koin itu dilempar 5 kali. Berapa peluang banyak angka yang muncul **genap** (0, 2, atau 4)?

Jawaban:

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pernyataan • 35-1-01

Manakah kalimat berikut yang merupakan **pernyataan**?

- A. Tolong tutup jendelanya!
- B. Apakah 7 bilangan prima?
- C. 7 adalah bilangan genap.
- D. Semoga besok cerah.

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Ingkaran kuantor • 35-1-02

Ingkaran (negasi) dari "Semua siswa memakai seragam" adalah...

- A. Semua siswa tidak memakai seragam.
- B. Ada siswa yang memakai seragam.
- C. Tidak ada siswa yang memakai seragam.
- D. Ada siswa yang tidak memakai seragam.

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Konjungsi • 35-1-03

Diketahui p : " $2 + 3 = 5$ " dan q : "4 adalah bilangan ganjil". Nilai kebenaran $p \wedge q$ (p dan q) adalah...

- A. benar, karena p benar
- B. salah, karena q salah
- C. benar, karena salah satunya benar
- D. tidak dapat ditentukan

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Konvers • 35-1-04

Konvers dari "Jika hari hujan, maka jalan basah" adalah...

- A. Jika jalan basah, maka hari hujan.
- B. Jika jalan tidak basah, maka hari tidak hujan.
- C. Jika hari tidak hujan, maka jalan tidak basah.
- D. Hari hujan dan jalan basah.

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Banyak baris tabel • 35-2-01

Sebuah pernyataan majemuk disusun dari empat pernyataan tunggal p, q, r, s . Berapa banyak baris tabel kebenarannya?

Jawaban: baris

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Implikasi • 35-2-02

Kak Lintang berjanji, "Jika kamu juara kelas, maka Kakak mentraktirmu bakso." Dalam keadaan manakah janji itu **diingkari** (implikasinya bernilai salah)?

- A. Kamu juara kelas dan ditaraktir bakso.
- B. Kamu tidak juara kelas, tetapi tetap ditaraktir bakso.
- C. Kamu tidak juara kelas dan tidak ditaraktir bakso.
- D. Kamu juara kelas, tetapi tidak ditaraktir bakso.

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Kontraposisi • 35-2-03

Kontraposisi dari "Jika Dimas lulus ujian praktik, maka Dimas mendapat SIM" adalah...

- A. Jika Dimas tidak mendapat SIM, maka Dimas tidak lulus ujian praktik.
- B. Jika Dimas mendapat SIM, maka Dimas lulus ujian praktik.
- C. Jika Dimas tidak lulus ujian praktik, maka Dimas tidak mendapat SIM.
- D. Dimas lulus ujian praktik dan tidak mendapat SIM.

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Contoh penyangkal • 35-2-04

Ayu membantah klaim "Untuk setiap bilangan asli n , $n^2 + 1$ adalah bilangan prima" dengan sebuah contoh penyangkal. Nilai n manakah yang tepat?

- A. $n = 1$
- B. $n = 2$
- C. $n = 3$
- D. $n = 4$

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Hukum De Morgan • 35-3-01

Ingkaran dari "Ayu membawa payung dan jas hujan" adalah...

- A. Ayu tidak membawa payung dan tidak membawa jas hujan.
- B. Ayu tidak membawa payung atau tidak membawa jas hujan.
- C. Ayu membawa payung atau jas hujan.
- D. Ayu tidak membawa payung, tetapi membawa jas hujan.

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Penarikan kesimpulan • 35-3-02

Perhatikan premis berikut.

1. Jika Ancil lapar, maka Ancil mencuri timun.
2. Jika Ancil mencuri timun, maka Pak Tani marah.
3. Pak Tani tidak marah.

Kesimpulan yang sah adalah...

- A. Ancil lapar.
- B. Ancil mencuri timun.
- C. Pak Tani lapar.
- D. Ancil tidak lapar.

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Jumlah bilangan ganjil • 35-3-03

Telah dibuktikan dengan induksi bahwa $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$. Gunakan rumus itu untuk menghitung $1 + 3 + 5 + \dots + 99$.

Jawaban:

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Prinsip sarang merpati • 35-3-04

Di sebuah kelas ada 40 siswa. Paling sedikit berapa siswa yang **pasti** lahir pada bulan yang sama?

Jawaban: siswa

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Tabel kebenaran • gaya IGCSE • 35-4-01

Tabel kebenaran pernyataan $(p \vee q) \Rightarrow r$ memiliki 8 baris. **Tentukan** banyak baris yang bernilai **salah**.

Jawaban: baris

14. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Pernyataan setara • gaya IGCSE • 35-4-02

Pernyataan manakah yang **setara** (ekuivalen) dengan "Jika sebuah segi empat adalah persegi, maka keempat sisinya sama panjang"?

- A. Jika keempat sisi sebuah segi empat tidak sama panjang, maka segi empat itu bukan persegi.
- B. Jika keempat sisi sebuah segi empat sama panjang, maka segi empat itu persegi.
- C. Jika sebuah segi empat bukan persegi, maka keempat sisinya tidak sama panjang.
- D. Sebuah segi empat adalah persegi dan keempat sisinya tidak sama panjang.

15. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Bukti langsung • gaya IGCSE • 35-4-03

- (a) **Tunjukkan** bahwa jumlah tiga bilangan bulat berurutan selalu habis dibagi 3.
- (b) Dimas menduga: "Jumlah empat bilangan bulat berurutan selalu habis dibagi 4." **Tunjukkan** dengan sebuah contoh bahwa dugaan Dimas salah.
- (c) **Tunjukkan** bahwa jumlah empat bilangan bulat berurutan selalu bersisa 2 jika dibagi 4.

16. Lv 4 • IGCSE • Isian • Rumus jumlah • gaya IGCSE • 35-4-04

Diketahui $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Jika $1 + 2 + 3 + \dots + n = 210$, **hitung** nilai n .

Jawaban:

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Uraian • Induksi matematika • gaya IB • 35-5-01

Diketahui pernyataan $P(n)$: $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ untuk bilangan asli n .

- (a) Tunjukkan bahwa $P(1)$ benar.
- (b) Dengan mengandaikan $P(k)$ benar, buktikan bahwa $P(k+1)$ benar. Tuliskan kesimpulan induksinya.
- (c) Gunakan rumus tersebut untuk menghitung $11^2 + 12^2 + \dots + 20^2$.

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Langkah induktif keterbagian • gaya IB • 35-5-02

Untuk membuktikan dengan induksi bahwa $7^n - 1$ habis dibagi 6 untuk setiap bilangan asli n , langkah induktifnya menuliskan

$$7^{k+1} - 1 = 7(7^k - 1) + m.$$

Tentukan bilangan m .

Jawaban:

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Kuantor & contoh penyangkal • gaya IB • 35-5-03

Perhatikan klaim: "Untuk setiap bilangan real x , $x^2 \geq x$." Pernyataan manakah yang benar?

- A. Klaim benar, karena kuadrat suatu bilangan selalu lebih besar daripada bilangan itu.
- B. Klaim salah; contoh penyangkalnya $x = \frac{1}{2}$.
- C. Klaim salah; contoh penyangkalnya $x = -2$.
- D. Klaim benar untuk semua x kecuali $x = 0$.

20. Lv 5 • IB DP • Isian • Induksi dengan kasus dasar lain • gaya IB • 35-5-04

Pernyataan $2^n > n^2$ tidak benar untuk semua bilangan asli, tetapi benar untuk semua $n \geq N$ mulai dari suatu N . Tentukan nilai N **terkecil** sehingga $2^n > n^2$ benar untuk semua $n \geq N$.

Jawaban:

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti dengan kontradiksi • gaya olimpiade • 35-6-01

- (a) Buktikan bahwa $\sqrt{6}$ irasional.
- (b) Buktikan bahwa $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ irasional.

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Pulau Jujur-Bohong • gaya olimpiade • 35-6-02

Di Pulau Jujur-Bohong, setiap warga adalah warga Jujur (selalu berkata benar) atau warga Bohong (selalu berbohong). Sepuluh warga duduk mengelilingi meja bundar. Setiap warga berkata, "Kedua tetanggaku adalah warga Bohong." Paling sedikit berapa warga Jujur yang duduk di meja itu?

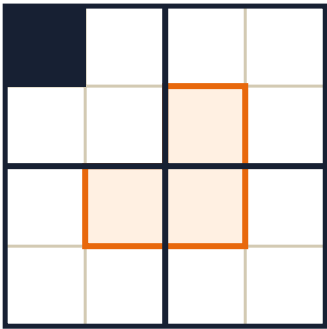
Jawaban: warga

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Prinsip sarang merpati • gaya olimpiade • 35-6-03

Dari bilangan $1, 2, 3, \dots, 20$ dipilih beberapa bilangan berbeda. Paling sedikit berapa bilangan yang harus dipilih agar **pasti** ada dua bilangan terpilih yang jumlahnya 21?

Jawaban: bilangan

Sebuah papan berukuran $2^n \times 2^n$ petak ($n \geq 1$). Satu petak sembarang dibuang. Buktikan dengan induksi bahwa sisa papan selalu dapat ditutup sempurna (tanpa tumpang-tindih dan tanpa celah) oleh ubin berbentuk L yang terdiri atas 3 petak.



Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Ordo matriks • 36-1-01

Matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ berordo...

- A. 3×2 C. 6
B. 2×3 D. 2×2

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Membaca elemen • 36-1-02

Stok warung Bu Sari (kg) disusun sebagai matriks $S = \begin{pmatrix} 20 & 18 & 15 \\ 12 & 9 & 10 \\ 30 & 24 & 27 \end{pmatrix}$ dengan baris: beras, gula, telur dan kolom: Senin, Selasa, Rabu. Berapa nilai elemen s_{32} ?

Jawaban: kg

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Penjumlahan matriks • 36-1-03

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \dots$$

- A. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Perkalian skalar • 36-1-04

Hasil $3 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ adalah...

- A. $\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Determinan • 36-2-01

Hitung determinan matriks $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Perkalian matriks • 36-2-02

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \dots$$

- A. $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Sandi Hill • 36-2-03

Dengan aturan $A = 0, B = 1, \dots, Z = 25$ dan kunci $K = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, pasangan huruf **HA** disandikan dengan menghitung $K \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}$, lalu mengambil sisa pembagian oleh 26. Hasil sandinya adalah...

- A. HO
- B. OV
- C. OH
- D. GH

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Baris $\times$ kolom • 36-2-04

Dimas membeli 2 porsi nasi uduk dan 3 gelas es teh. Harga satu porsi nasi uduk Rp8.000 dan satu gelas es teh Rp3.000. Total belanjanya adalah $\begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8.000 \\ 3.000 \end{pmatrix}$. Berapa rupiah totalnya?

Jawaban: rupiah

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • SPL dengan invers • 36-3-01

Paket A berisi 3 pisang goreng dan 2 tahu isi seharga Rp11.000. Paket B berisi 1 pisang goreng dan 4 tahu isi seharga Rp12.000. Dengan menuliskan sistem ini sebagai $AX = B$ dan memakai invers matriks, tentukan harga satu tahu isi (dalam rupiah).

Jawaban: rupiah

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Invers 2×2 • 36-3-02

Invers dari $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ adalah...

- A. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Determinan sebagai faktor luas • 36-3-03

Sebuah segitiga dengan luas 6 cm^2 ditransformasi oleh matriks $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Berapa luas bayangannya?

Jawaban: cm^2

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Matriks singular • 36-3-04

Tentukan nilai $k > 0$ agar matriks $\begin{pmatrix} k & 6 \\ 2 & k-1 \end{pmatrix}$ tidak mempunyai invers.

Jawaban:

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Determinan pangkat • gaya IGCSE • 36-4-01

Diketahui $M = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. **Hitung** $\det(M^2)$.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Elemen invers • gaya IGCSE • 36-4-02

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. **Tentukan** A^{-1} , lalu tuliskan elemen baris 1, kolom 2 dari A^{-1} .

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Matriks transformasi • gaya IGCSE • 36-4-03

Matriks $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ mewakili transformasi...

- A. rotasi 90° berlawanan arah jarum jam terhadap O
- B. pencerminan terhadap sumbu-y
- C. dilatasi dengan faktor -1
- D. pencerminan terhadap garis $y = x$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • SPL dengan invers • gaya IGCSE • 36-4-04

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) **Tentukan** A^{-1} .

(b) **Gunakan** jawaban (a) untuk menyelesaikan sistem $2x + y = 7$ dan $3x + 2y = 12$.

(c) **Tunjukkan** bahwa jawabanmu memenuhi kedua persamaan.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Matriks rotasi • gaya IB • 36-5-01

Titik $P(4, 2)$ dirotasi 60° berlawanan arah jarum jam terhadap titik asal dengan matriks $\begin{pmatrix} \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{pmatrix}$. Tentukan koordinat- x bayangannya dalam bentuk eksak.

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Uraian • Matriks transisi • gaya IB • 36-5-02

Di sebuah kota, setiap bulan 80% pengguna ojek pangkalan tetap memakai ojek pangkalan dan 20% pindah ke ojek daring, sedangkan 90% pengguna ojek daring tetap dan 10% pindah ke ojek pangkalan.

Bulan ini proporsinya 50% : 50%. Misalkan $\mathbf{s}_n = \begin{pmatrix} p_n \\ d_n \end{pmatrix}$ (proporsi pangkalan, daring) dan $\mathbf{s}_{n+1} = T\mathbf{s}_n$.

(a) Tuliskan matriks transisi T .

(b) Hitung proporsi setelah 1 bulan dan setelah 2 bulan.

(c) Dalam jangka panjang proporsinya mendekati keadaan tetap $\mathbf{s}$ dengan $T\mathbf{s} = \mathbf{s}$. Tentukan $\mathbf{s}$ dan tafsirkan.

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Sifat determinan • gaya IB • 36-5-03

Matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & k \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ memiliki $\det A = 4$. Tentukan $\det(3A^{-1})$.

Jawaban:

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Komposisi transformasi • gaya IB • 36-5-04

Transformasi T_1 adalah pencerminan terhadap sumbu- x dan T_2 adalah rotasi 90° berlawanan arah jarum jam terhadap O. Matriks tunggal untuk transformasi " T_1 dilanjutkan T_2 " adalah...

- A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Pola pangkat matriks • gaya olimpiade • 36-6-01

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Tentukan jumlah keempat elemen matriks A^{2026} .

Jawaban:

22. Lv 6 · Olimpiade · Uraian · Teorema Cayley-Hamilton · gaya olimpiade · 36-6-02

Untuk $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$:

(a) Buktikan bahwa $A^2 - (a + d)A + (ad - bc)I = O$.

(b) Simpulkan: jika $a + d = 0$ dan $ad - bc = 1$, maka $A^2 = -I$ dan $A^4 = I$.

(c) Berikan contoh matriks berelemen bilangan bulat yang memenuhi (b) tetapi **bukan** matriks rotasi 90° .

23. Lv 6 · Olimpiade · Isian · Identitas Cassini · gaya olimpiade · 36-6-03

Barisan Fibonacci $F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ memenuhi $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$ untuk $n \geq 1$.

Tentukan nilai $F_{2027}F_{2025} - F_{2026}^2$.

Jawaban:

24. Lv 6 · Olimpiade · Pilihan ganda · Menghitung matriks invertibel · gaya olimpiade · 36-6-04

Ada berapa matriks 2×2 yang semua elemennya 0 atau 1 dan **mempunyai invers**?

A. 4

C. 8

B. 6

D. 10

37 Bilangan Kompleks

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Satuan imajiner • 37-1-01

Bilangan i (satuan imajiner) didefinisikan sebagai bilangan yang memenuhi...

- A. $i = -1$ C. $i^2 = 1$
B. $i^2 = -1$ D. $i = \sqrt{1}$

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Pangkat i • 37-1-02

Nilai i^3 adalah...

- A. i C. $-i$
B. -1 D. 1

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Akar bilangan negatif • 37-1-03

Bentuk sederhana $\sqrt{-49}$ adalah ki dengan $k > 0$. Berapakah k ?

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Bidang Argand • 37-1-04

Di bidang Argand, bilangan $2 + 3i$ digambarkan sebagai titik...

- A. $(2, 3)$ C. $(2, -3)$
B. $(3, 2)$ D. $(5, 0)$

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Penjumlahan • 37-2-01

Jika $(4 + 3i) + (2 - 7i) = a + bi$, berapakah b ?

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Pangkat besar i • 37-2-02

Nilai i^{35} adalah...

- A. 1 C. -1
B. i D. $-i$

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Perkalian • 37-2-03

Hitung $(2 + i)(3 - 2i)$ dan tuliskan dalam bentuk $a + bi$. Berapakah a ?

Jawaban:

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Sekawan • 37-2-04

Hitung $(3 + 2i)(3 - 2i)$.

Jawaban:

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Pembagian • 37-3-01

Nyatakan $\frac{10}{3+i}$ dalam bentuk $a + bi$. Berapakah b ?

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Argumen di kuadran III • 37-3-02

Argumen utama $z = -1 - i$ dalam rentang $-180^\circ < \theta \leq 180^\circ$ adalah...

- A. 45° C. -135°
 B. 135° D. -45°

11. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kesamaan bilangan kompleks • 37-3-03

Bilangan real x dan y memenuhi $(x + 2i)(1 - i) = 7 + yi$. Tentukan y .

Jawaban:

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Persamaan kuadrat dengan $D < 0$ • 37-3-04Persamaan $z^2 - 4z + 13 = 0$ tidak punya akar real, tetapi punya dua akar kompleks. Tentukan bagian imajiner akar yang bagian imajinernya positif.

Jawaban:

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Modulus hasil kali • gaya IGCSE • 37-4-01

Diketahui $z = 1 + 2i$ dan $w = 3 - i$. Hitung $|zw|$. Berikan jawaban eksak atau sampai 3 angka penting.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Bentuk polar • gaya IGCSE • 37-4-02

Bilangan $z = -2 + 2i$ ditulis dalam bentuk $r \text{ cis } \theta$ dengan $-180^\circ < \theta \leq 180^\circ$.(a) Tentukan r dalam bentuk akar.(b) Tentukan θ dalam derajat.

Masukkan jawaban (b).

Jawaban:°

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Perkalian dengan i • gaya IGCSE • 37-4-03Titik $P(3, 1)$ di bidang Argand mewakili bilangan z . Titik manakah yang mewakili iz ?

- A. $(1, 3)$ C. $(3, -1)$
 B. $(-1, 3)$ D. $(-3, -1)$

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Akar kuadrat bilangan kompleks • gaya IGCSE • 37-4-04

- (a) **Tunjukkan** bahwa $(2 + i)^2 = 3 + 4i$.
(b) Dengan demikian, **tuliskan** kedua akar kuadrat dari $3 + 4i$.
(c) **Selesaikan** persamaan $z^2 - 2z - (2 + 4i) = 0$.
-
-

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Teorema De Moivre • gaya IB • 37-5-01

Gunakan Teorema De Moivre untuk menghitung $(\sqrt{3} - i)^6$.

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Listrik AC • gaya IB • 37-5-02

Tegangan efektif listrik rumah 220 V dipasang pada motor pompa air yang impedansinya $Z = 40 + 30j$ ohm (insinyur memakai j untuk $\sqrt{-1}$). Kuat arus efektifnya $I = \frac{V}{|Z|}$. Tentukan I dalam ampere.

Jawaban: A

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Luas segi-n akar kesatuan • gaya IB • 37-5-03

Kelima akar persamaan $z^5 = 1$ digambar di bidang Argand dan dihubungkan menjadi segi lima beraturan. Luas segi lima itu adalah...

- A. $\frac{5}{2} \sin 72^\circ$ C. $\frac{5}{2} \sin 36^\circ$
B. $5 \sin 72^\circ$ D. π

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Pangkat $(1 + i)$ • gaya IB • 37-5-04

Misalkan $z = 1 + i$.

- (a) Tuliskan z dalam bentuk $r \operatorname{cis} \theta$.
(b) Tunjukkan bahwa z^n bilangan real jika dan hanya jika n kelipatan 4.
(c) Tentukan bilangan asli n sehingga $z^n = -64$.
-
-
-

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Saringan akar kesatuan • gaya olimpiade • 37-6-01

Hitung $\binom{10}{0} + \binom{10}{3} + \binom{10}{6} + \binom{10}{9}$ dengan memakai akar pangkat tiga dari 1. (Setelah itu, cek dengan menghitung langsung.)

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Akar pangkat tiga dari 1 • gaya olimpiade • 37-6-02

Misalkan $\omega \neq 1$ memenuhi $\omega^3 = 1$. Nilai $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8)$ adalah...

- | | |
|-------|-------------|
| A. 0 | C. ω |
| B. -1 | D. 1 |

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Hasil kali tali busur • gaya olimpiade • 37-6-03

Titik-titik sudut sebuah segi-12 beraturan terletak pada lingkaran berjari-jari 1. Dari satu titik sudut A , tarik ruas garis ke 11 titik sudut lainnya. Berapakah hasil kali panjang ke-11 ruas garis itu?

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Akar kesatuan dan listrik tiga fase • gaya olimpiade • 37-6-04

(a) Buktikan bahwa untuk $n \geq 2$, jumlah semua akar persamaan $z^n = 1$ adalah 0.

(b) Buktikan bahwa untuk setiap sudut θ : $\sum_{k=0}^{n-1} \cos\left(\theta + \frac{360^\circ k}{n}\right) = 0$.

(c) Jaringan listrik tiga fase memakai tiga tegangan $V \cos \theta$, $V \cos(\theta + 120^\circ)$, dan $V \cos(\theta + 240^\circ)$. Apa arti hasil (b) untuk jumlah ketiga tegangan itu?

38 Teori Bilangan Olimpiade

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Sisa pembagian • 38-1-01

Berapa sisa pembagian 47 oleh 5?

- | | |
|------|------|
| A. 9 | C. 3 |
| B. 2 | D. 7 |

2. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Hari dalam seminggu • 38-1-02

Hari ini hari Senin. Hari apakah 10 hari lagi?

- | | |
|----------|----------|
| A. Rabu | C. Sabtu |
| B. Jumat | D. Kamis |

3. Lv 1 • Pemula • Isian • Jam dinding • 38-1-03

Jarum jam dinding menunjuk pukul 9. Lima jam kemudian, jarum menunjuk pukul berapa? (Jawab dengan angka 1-12.)

Jawaban:

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Algoritma pembagian • 38-1-04

Dua puluh tiga kue arisan dibagi rata kepada 4 orang. Manakah penulisan algoritma pembagian 23 oleh 4 yang benar?

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| A. $23 = 5 \times 4 + 3$ | C. $23 = 6 \times 4 - 1$ |
| B. $23 = 4 \times 4 + 7$ | D. $23 = 7 \times 3 + 2$ |

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Algoritma Euclid • 38-2-01

Gunakan algoritma Euclid untuk menentukan FPB(391, 299).

Jawaban:

6. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Angka satuan • 38-2-02

Angka satuan dari 3^{2027} adalah...

- | | |
|------|------|
| A. 1 | C. 7 |
| B. 3 | D. 9 |

7. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Bilangan dengan sisa tertentu • 38-2-03

Tentukan bilangan bulat terkecil yang lebih besar daripada 100 dan bersisa 3 jika dibagi 7.

Jawaban:

8. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Uang pas • 38-2-04

Ayu ingin membayar tepat Rp16.000 hanya dengan lembaran Rp2.000 dan Rp5.000, tanpa kembalian. Ada berapa cara?

- | | |
|------|------|
| A. 1 | C. 3 |
| B. 2 | D. 4 |

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Sisa pangkat besar • 38-3-01

Tentukan sisa pembagian 2^{100} oleh 7.

Jawaban:

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • Kongruensi linear • 38-3-02

Setiap loyang kue berisi 17 potong. Ibu ingin memasukkan semua potongan ke kotak-kotak berisi 12 potong sehingga tersisa tepat 1 potong untuk dicicipi. Paling sedikit berapa loyang yang harus dibuat?

Jawaban: loyang

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Syarat solusi Diophantine • 38-3-03

Persamaan manakah yang **tidak** mempunyai penyelesaian bilangan bulat x, y ?

A. $6x + 9y = 21$

C. $4x + 10y = 7$

B. $5x + 7y = 1$

D. $12x + 18y = 30$

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Faktorial modulo • 38-3-04

Tentukan sisa pembagian $1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ oleh 12.

Jawaban:

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • FPB dengan algoritma Euclid • gaya IGCSE • 38-4-01

Gunakan algoritma Euclid untuk **menghitung** faktor persekutuan terbesar (*highest common factor*) dari 1593 dan 1239. Tuliskan setiap langkah pembagiannya.

Jawaban:

14. Lv 4 • IGCSE • Isian • Digit cek ISBN • gaya IGCSE • 38-4-02

ISBN-13 sebuah buku adalah 978-623-7432-58- d . Digit cek (*check digit*) d dipilih agar jumlah berbobot $1 \cdot a_1 + 3 \cdot a_2 + 1 \cdot a_3 + 3 \cdot a_4 + \dots + 3 \cdot a_{12} + 1 \cdot d$ habis dibagi 10 (bobot 1 dan 3 bergantian). **Hitung** d .

Jawaban:

15. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Kongruensi linear • gaya IGCSE • 38-4-03

Tentukan bilangan bulat x dengan $0 \leq x < 15$ yang memenuhi $4x \equiv 7 \pmod{15}$.

A. 2

C. 11

B. 7

D. 13

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Membayar dengan dua jenis uang • gaya IGCSE • 38-4-04

Ayu ingin membayar tepat Rp43.000 hanya dengan lembaran Rp2.000 dan Rp5.000, tanpa kembalian. Misalkan ia memakai x lembar Rp2.000 dan y lembar Rp5.000.

- Tuliskan** persamaan dalam x dan y (dalam ribuan rupiah).
- Tunjukkan** bahwa y harus ganjil.
- Tentukan** semua pasangan (x, y) yang mungkin.
- Cara manakah yang memakai lembaran paling sedikit?

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Dua angka terakhir • gaya IB • 38-5-01

Tentukan dua angka terakhir dari 3^{2026} , yaitu sisa pembagiannya oleh 100.

Jawaban:

18. Lv 5 • IB DP • Isian • Sistem kongruensi • gaya IB • 38-5-02

Banyak kue untuk arisan berada di antara 100 dan 150. Jika dibagi rata ke 5 meja, tersisa 2 kue; jika dibagi rata ke 7 meja, tersisa 3 kue. **Modelkan** dengan dua kongruensi, lalu tentukan banyak kue.

Jawaban: kue

19. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Teorema Fermat kecil • gaya IB • 38-5-03

Sisa pembagian 2^{2026} oleh 13 adalah...

- | | |
|------|-------|
| A. 1 | C. 10 |
| B. 4 | D. 12 |

20. Lv 5 • IB DP • Uraian • Pseudoprima 341 • gaya IB • 38-5-04

Bilangan 341 sering "menipu" uji Fermat.

- Tunjukkan** bahwa $2^{10} \equiv 1 \pmod{341}$.
- Simpulkan** bahwa $2^{340} \equiv 1 \pmod{341}$.
- Tunjukkan** bahwa 341 bukan bilangan prima, lalu **jelaskan** mengapa hasil (b) tidak bertentangan dengan Teorema Fermat kecil.
- Dengan Teorema Fermat kecil modulo 31, **tunjukkan** bahwa $3^{340} \not\equiv 1 \pmod{341}$.

21. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Mencacah dengan kongruensi • gaya olimpiade • 38-6-01

Ada berapa bilangan asli $n \leq 2026$ sehingga $n^2 + n + 1$ habis dibagi 7?

Jawaban:

22. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Diophantine dengan syarat positif • gaya olimpiade • 38-6-02

Banyak pasangan bilangan asli (x, y) yang memenuhi $7x + 11y = 2026$ adalah...

A. 26

C. 27

B. 25

D. 28

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Angka satuan jumlah pangkat • gaya olimpiade • 38-6-03

Tentukan angka satuan dari $1^{2026} + 2^{2026} + 3^{2026} + \dots + 2026^{2026}$.

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Pembuktian keterbagian • gaya olimpiade • 38-6-04

Buktikan bahwa untuk setiap bilangan bulat n , bilangan $n^7 - n$ habis dibagi 42. Tunjukkan pula bahwa 42 adalah bilangan asli terbesar yang membagi $n^7 - n$ untuk *semua* n .

Lv 1 • Pemula SD-SMP awal

1. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Prinsip sarang merpati • 39-1-01

Enam ekor merpati masuk ke lima sarang. Pernyataan manakah yang **pasti** benar?

- A. Setiap sarang berisi tepat satu merpati.
- B. Ada sarang yang berisi paling sedikit dua merpati.
- C. Ada sarang yang kosong.
- D. Ada sarang yang berisi tiga merpati.

2. Lv 1 • Pemula • Isian • Kaus kaki dalam gelap • 39-1-02

Di dalam laci yang gelap ada banyak kaus kaki putih, hitam, dan abu-abu. Paling sedikit berapa kaus kaki yang harus kamu ambil tanpa melihat agar **pasti** mendapat dua kaus kaki yang warnanya sama?

Jawaban: kaus kaki

3. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • AM dan GM • 39-1-03

Rata-rata aritmetika (AM) dan rata-rata geometri (GM) dari bilangan 4 dan 9 berturut-turut adalah...

- A. 6,5 dan 6
- B. 6 dan 6,5
- C. 13 dan 36
- D. 6,5 dan 36

4. Lv 1 • Pemula • Pilihan ganda • Domino di papan catur • 39-1-04

Sebuah domino diletakkan pada papan catur sehingga menutup tepat dua petak yang bersebelahan (berbagi sisi). Domino itu selalu menutup...

- A. dua petak hitam
- B. dua petak putih
- C. satu petak hitam dan satu petak putih
- D. dua petak yang warnanya bergantung pada letak domino

Lv 2 • Penjelajah SMP (Fase D)

5. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Sarang merpati: bulan lahir • 39-2-01

Sebuah SMP memiliki 400 siswa. Paling sedikit berapa siswa yang **pasti** lahir pada bulan yang sama?

Jawaban: siswa

6. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Pagar terbaik • 39-2-02

Pak Darto punya kawat 36 m untuk memagari kebun berbentuk persegi panjang. Berapa luas kebun **terbesar** yang bisa ia pagari?

Jawaban: m²

7. Lv 2 • Penjelajah • Pilihan ganda • Invarian paritas • 39-2-03

Di papan tertulis bilangan 1, 2, 3, 4, 5, 6. Setiap langkah, Ayu menghapus dua bilangan lalu menuliskan **selisih** keduanya (yang besar dikurangi yang kecil). Ia terus melakukannya sampai tersisa satu bilangan. Bilangan terakhir itu pasti...

- A. genap
- B. 0
- C. bisa genap, bisa ganjil, bergantung pada urutan
- D. ganjil

8. Lv 2 • Penjelajah • Isian • Minimum dengan AM-GM • 39-2-04

Tentukan nilai minimum $x + \frac{25}{x}$ untuk $x > 0$.

Jawaban:

Lv 3 • Pejuang SMA • TKA/UTBK

9. Lv 3 • Pejuang • Isian • Memilih sarang yang cerdas • 39-3-01

Paling sedikit berapa bilangan yang harus dipilih dari 1, 2, 3, ..., 20 agar **pasti** ada dua bilangan terpilih yang selisihnya tepat 5?

Jawaban: bilangan

10. Lv 3 • Pejuang • Isian • AM-GM berbobot • 39-3-02

Bilangan positif x dan y memenuhi $xy = 36$. Tentukan nilai minimum $4x + 9y$.

Jawaban:

11. Lv 3 • Pejuang • Pilihan ganda • Pewarnaan papan 5×5 • 39-3-03

Papan 5×5 diwarnai seperti papan catur sehingga keempat pojoknya hitam. Satu petak dibuang, lalu 24 petak sisanya hendak ditutup dengan 12 domino. Pernyataan yang benar adalah...

- A. Petak mana pun boleh dibuang.
- B. Hanya petak tengah yang boleh dibuang.
- C. Petak yang dibuang harus petak hitam.
- D. Petak yang dibuang harus petak putih.

12. Lv 3 • Pejuang • Isian • Bekerja mundur: ambil biji • 39-3-04

Dimas dan Ayu bermain dengan 53 biji congklak. Mereka bergiliran mengambil 1, 2, 3, atau 4 biji. Pemain yang mengambil biji terakhir menang. Dimas mendapat giliran pertama. Berapa biji yang harus Dimas ambil pada langkah pertamanya agar ia pasti menang?

Jawaban: biji

Lv 4 • IGCSE gaya Cambridge IGCSE

13. Lv 4 • IGCSE • Isian • Kandang menempel tembok • gaya IGCSE • 39-4-01

Pak Joko membuat kandang ayam berbentuk persegi panjang yang menempel pada tembok rumah, sehingga pagar hanya dipasang pada tiga sisi. Panjang pagar yang tersedia 60 m. **Hitung** luas maksimum kandang.

Jawaban: m²

14. Lv 4 • IGCSE • Pilihan ganda • Cauchy-Schwarz • gaya IGCSE • 39-4-02

Bilangan real a dan b memenuhi $a^2 + b^2 = 10$. **Tentukan** nilai maksimum $a + 3b$.

- A. 10
B. $\sqrt{10}$
C. 13
D. 30

15. Lv 4 • IGCSE • Isian • Sarang merpati: skor kuis • gaya IGCSE • 39-4-03

Dalam sebuah kuis, 30 siswa memperoleh skor bilangan bulat dari 0 sampai 10. **Tentukan** bilangan terbesar m sehingga dapat dipastikan ada m siswa yang skornya sama.

Jawaban: siswa

16. Lv 4 • IGCSE • Uraian • Membuktikan AM-GM • gaya IGCSE • 39-4-04

(a) **Tunjukkan** bahwa $a^2 + b^2 \geq 2ab$ untuk semua bilangan real a dan b .

(b) Dengan memisalkan $a = \sqrt{x}$ dan $b = \sqrt{y}$, **tunjukkan** bahwa $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ untuk $x, y \geq 0$, lalu **nyatakan** kapan kesamaan terjadi.

(c) **Gunakan** hasil (b) untuk menunjukkan bahwa di antara semua persegi panjang dengan luas 49 cm^2 , persegi memiliki keliling terkecil. **Tuliskan** keliling terkecil itu.

Lv 5 • IB DP gaya IB Mathematics

17. Lv 5 • IB DP • Isian • Kardus paling hemat • gaya IB • 39-5-01

Sebuah usaha keripik di Malang memesan kardus tanpa tutup beralas persegi dengan volume 32.000 cm^3 . Agar hemat, luas bahan kardus (alas + empat sisi tegak) harus sekecil mungkin. Misalkan sisi alas $x \text{ cm}$ dan tinggi $h \text{ cm}$. Tentukan luas bahan minimum.

Jawaban: cm^2

18. Lv 5 • IB DP • Uraian • Kepastian vs kemungkinan • gaya IB • 39-5-02

Sebuah kelas berisi 25 siswa.

- (a) Tunjukkan bahwa pasti ada paling sedikit 3 siswa yang lahir pada bulan yang sama.
 - (b) Berapa banyak siswa paling sedikit yang diperlukan agar *pasti* ada 5 siswa yang lahir pada bulan yang sama? Jelaskan.
 - (c) Anggap setiap bulan sama peluangnya dan bulan lahir antarsiswa saling bebas. Tiga siswa dipilih. Hitung peluang ketiganya lahir pada bulan yang berbeda-beda.
 - (d) Jelaskan perbedaan makna jawaban (a) dan (c).
-

19. Lv 5 • IB DP • Isian • Cauchy-Schwarz tiga dimensi • gaya IB • 39-5-03

Bilangan real x, y, z memenuhi $x + 2y + 2z = 12$. Tentukan nilai minimum $x^2 + y^2 + z^2$.

Jawaban:

20. Lv 5 • IB DP • Pilihan ganda • Invarian kuda maju • gaya IB • 39-5-04

Sebuah bidak "kuda maju" berada di titik $(0, 0)$. Setiap langkah ia berpindah dari (x, y) ke $(x + 1, y + 2)$ atau ke $(x + 2, y + 1)$. Titik manakah yang **dapat** dicapainya?

- | | |
|-------------|-------------|
| A. $(5, 5)$ | C. $(2, 2)$ |
| B. $(4, 7)$ | D. $(6, 9)$ |

Lv 6 • Olimpiade gaya OSN/IMO

21. Lv 6 • Olimpiade • Pilihan ganda • Sarang merpati geometri • gaya olimpiade • 39-6-01

Paling sedikit berapa titik yang harus diletakkan di dalam atau pada tepi sebuah persegi bersisi 3 agar **pasti** ada dua titik yang jaraknya tidak lebih dari $\sqrt{2}$?

- | | |
|-------|-------|
| A. 9 | C. 5 |
| B. 10 | D. 17 |

22. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Lemma Titu • gaya olimpiade • 39-6-02

Bilangan real positif x dan y memenuhi $x + y = 1$. Tentukan nilai minimum $\frac{1}{x} + \frac{4}{y}$.

Jawaban:

23. Lv 6 • Olimpiade • Isian • Invarian hasil kali • gaya olimpiade • 39-6-03

Di papan tertulis 100 bilangan: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$. Setiap langkah, dua bilangan a dan b dihapus lalu diganti dengan $a + b + ab$. Setelah 99 langkah tersisa satu bilangan. Berapakah bilangan itu?

Jawaban:

24. Lv 6 • Olimpiade • Uraian • Bukti: tiga bilangan habis dibagi 3 • gaya olimpiade • 39-6-04

- (a) Buktikan bahwa dari sembarang 5 bilangan bulat, selalu dapat dipilih 3 bilangan yang jumlahnya habis dibagi 3.
- (b) Tunjukkan dengan contoh bahwa pernyataan itu tidak berlaku untuk 4 bilangan bulat.
